



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**IBE**



*entuzjaści*  
*edukacji*

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## RAPORT Z BADANIA

# NAUCZANIE MATEMATYKI W GIMNAZJUM

Warszawa, wrzesień 2013

Autorzy:

*Marcin Karpiński*

*Magdalena Grudniewska*

*Małgorzata Zambrowska*

Recenzenci:

*dr hab. Ewa Swoboda*

*dr hab. Zbigniew Marciniak*

Wydawca:

*Instytut Badań Edukacyjnych*

*ul. Górczewska 8*

*01-180 Warszawa*

*tel. (22) 241 71 00; [www.ibe.edu.pl](http://www.ibe.edu.pl)*

© Copyright by: *Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa, wrzesień 2013*

Publikacja opracowana w ramach projektu systemowego: *Badanie jakości i efektywności edukacji oraz instytucjonalizacja zaplecza badawczego*, współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego, realizowanego przez Instytut Badań Edukacyjnych.

Egzemplarz bezpłatny

# Spis Treści

<b>Wstęp</b> .....	<b>5</b>
<b>1. Opis badania</b> .....	<b>5</b>
1.1. Cele badania .....	5
1.2. Plan badania .....	6
<b>2. Narzędzia badawcze</b> .....	<b>7</b>
2.1. Formularz obserwacji lekcji .....	7
2.2. Scenariusze wywiadu grupowego i ankiety audytoryjnej z uczniami.....	8
2.3. Test matematyczny dla uczniów .....	8
2.4. Scenariusz wywiadu indywidualnego z nauczycielem .....	9
2.5. Scenariusz wywiadu indywidualnego z rodzicem .....	9
<b>3. Wyniki badania</b> .....	<b>9</b>
3.1. Sposób postrzegania i interpretowania przez nauczycieli matematyki podstawy programowej ..	9
3.2. Sposób realizacji podstawy programowej .....	10
3.3. Stosowane przez nauczycieli metody nauczania.....	12
3.4. Mechaniczne posługiwanie się narzędziami matematycznymi a umiejętność rozumowania matematycznego .....	14
4.4.1 Wyniki testu .....	15
4.4.2 Analiza wyników na przykładzie wiązki <i>Geometria</i> .....	16
3.5. Postawy uczniów wobec matematyki i uczenia się matematyki .....	19
3.6. Stosunek rodziców do sposobu uczenia się matematyki przez ich dzieci .....	20
<b>4. Wnioski</b> .....	<b>20</b>
4.1. Umiejętności merytoryczne i metodyczne nauczycieli .....	21
4.2. Komunikacja na lekcjach matematyki .....	22
4.3. Realizacja nowej podstawy programowej .....	22
4.4. Postawy nauczycieli .....	23
4.5. Poglądy rodziców uczniów na matematykę .....	24
<b>5. Rekomendacje</b> .....	<b>25</b>
Podstawa programowa.....	25
Zła tradycja nauczania matematyki.....	25
Odpowiedzialność za nauczanie .....	26
Odpowiedzialność za uczenie się .....	26
<b>7. Załącznik nr 1</b> .....	<b>27</b>
<b>8. Załącznik nr 2</b> .....	<b>38</b>
<b>9. Załącznik nr 3</b> .....	<b>50</b>



# Wstęp

Badanie zostało zaprojektowane tak, aby można było ocenić zróżnicowanymi narzędziami praktykę nauczania matematyki na III etapie edukacji szkolnej (gimnazjum) oraz wstępnie rozpoznać szkolne czynniki warunkujące osiąganie efektów kształcenia opisanych w nowej podstawie programowej w zakresie wymagań odnoszących się do matematyki – przede wszystkim wymagań ogólnych, które są opisem głównych celów nauczania matematyki.

Badanie obejmowało 20 wylosowanych gimnazjów z czterech województw. W każdym z nich wylosowano do badania jeden oddział klasy drugiej wraz z nauczycielem prowadzącym w tym oddziale lekcje matematyki. Badanie miało charakter jakościowy, adekwatny dla wstępnego rozeznania problemu. Wniosków z badania nie można więc uogólniać, w sensie statystycznym, na wszystkie gimnazja w Polsce.

Celem badania było uzyskanie pogłębionego wglądu w sposób, w jaki w szkołach realizowana jest nowa podstawa programowa, a nie ilościowa diagnoza poszczególnych problemów.

Wyniki badania pomogą wskazać szanse i zagrożenia dla realizacji podstawy programowej wynikające, jak się wydaje, ze stylów i tradycji nauczania matematyki.

Dla uzyskania możliwie pełnego obrazu nauczania matematyki w każdej z wylosowanych szkół przeprowadzono:

- obserwacje czterech kolejnych lekcji matematyki;
- ankietę wśród uczniów;
- wywiad grupowy z uczniami;
- test matematyczny dla uczniów;
- wywiady indywidualne z nauczycielami;
- wywiady indywidualne z rodzicami uczniów.

Badanie pokazało, że:

- nauczyciele są dobrze przygotowani z zakresu wiedzy matematycznej;
- cele szczegółowe podstawy programowej związane z wprowadzaniem i stosowaniem narzędzi matematycznych są dobrze realizowane;
- cele ogólne podstawy programowej związane z rozumowaniem, argumentacją, umiejętnością dobierania własnej strategii są słabiej realizowane;
- zaobserwowaną słabością edukacji matematycznej jest niewystarczająca komunikacja między nauczycielem a uczniami, np. rzadkie reagowanie na potrzeby, pytania i wątpliwości uczniów;
- wśród stosowanych przez nauczycieli matematyki metod pracy przeważają te, które polegają na przekazywaniu wiadomości matematycznych przy biernym uczestnictwie uczniów;
- na obserwowanych lekcjach dominowało ćwiczenie prostych umiejętności narzędziowych; większość zadań domowych też tego dotyczyła. Może to powodować u części uczniów osłabienie motywacji do samodzielnego poszukiwania rozwiązań.

## 1. Opis badania

### 1.1. Cele badania

Celem badania była ocena stanu realizacji podstawy programowej w gimnazjum w zakresie wymagań odnoszących się do matematyki – przede wszystkim wymagań ogólnych.

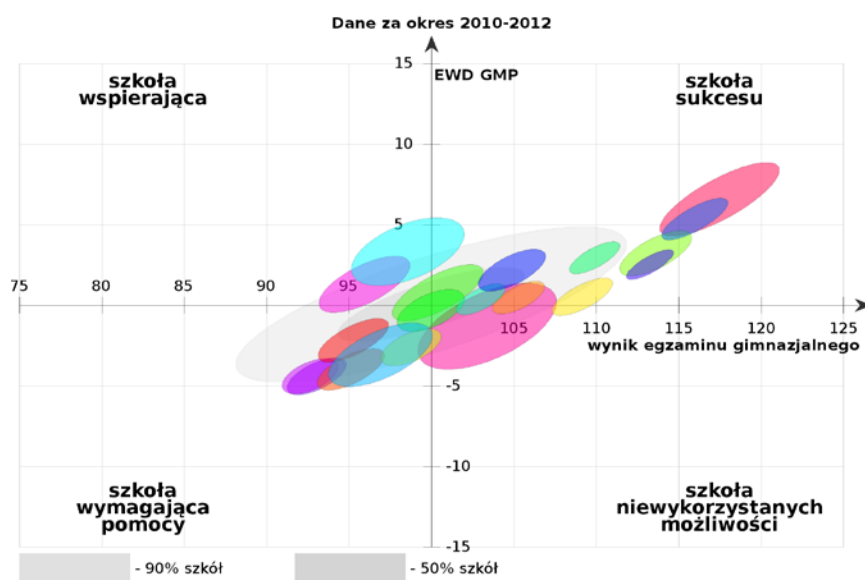
Badanie opierało się na trzech źródłach informacji: nauczycielach, uczniach i rodzicach. Grupy te zbadano różnymi narzędziami, które miały mierzyć podobne zagadnienia badawcze.

Badanie jest przyczynkiem do:

1. zdiagnozowania sposobu postrzegania i interpretowania przez nauczycieli matematyki podstawy programowej, w tym rozpoznawania przez nauczycieli wymagań ogólnych;
2. zdiagnozowania sposobu realizacji podstawy programowej; skonfrontowania deklaracji nauczycielskich z ich praktyką szkolną;
3. analizy stosowanych przez nauczycieli metod nauczania;
4. identyfikacji czynników związanych z postawami i umiejętnościami nauczycieli, które mogą wpływać na osiągnięcia uczniów;
5. analizy postaw uczniów wobec matematyki i lekcji matematyki;
6. analizy stopnia opanowania przez uczniów typowych, narzędziowych umiejętności oraz umiejętności wymagających głębszego rozumienia pojęć i własności matematycznych;
7. analizy stosunku rodziców badanych uczniów do sposobu uczenia się matematyki przez ich dzieci i monitoringu postępów nauczania.

## 1.2. Plan badania

Badanie zrealizowano w okresie od 12 marca 2012 r. do 11 czerwca 2012 r. Badanie obejmowało 20 wylosowanych gimnazjów z czterech województw: pomorskiego, mazowieckiego, dolnośląskiego oraz podlaskiego. Próba miała charakter celowy. Założono, iż w próbie będzie po pięć szkół zlokalizowanych: na wsi, w miastach do 20 tysięcy mieszkańców, w miastach od 20 do 100 tysięcy mieszkańców oraz w miastach powyżej 100 tysięcy mieszkańców. W próbie znalazły się zarówno szkoły o słabych wynikach nauczania w zakresie matematyki (mierzonych wskaźnikiem Edukacyjnej Wartości Dodanej – EWD), jak i szkoły dobre, osiągające wysokie wyniki nauczania. Zróznicowanie to ilustruje wykres 1, pokazujący edukacyjną wartość dodaną badanych szkół obliczoną na podstawie m. in. egzaminów gimnazjalnych z lat 2010-2012. Wykres pokazuje także, że w badaniu nadreprezentowane były szkoły o wyższej efektywności nauczania.



Wykres 1: Wykres rozrzutu dla 20 szkół wylosowanych do badania, na osi pionowej przedstawiona została trzyletnia EWD szkoły, a na osi poziomej średni trzyletni wynik z części matematyczno – przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego.

Aby uzyskane wyniki były jak najbardziej wiarygodne, w toku badania wykorzystano różne metody, techniki oraz źródła pozyskiwania informacji. Badanie uczniów zostało przeprowadzone z wykorzystaniem ankiety audytoryjnej, wywiadów grupowych oraz testów matematycznych; badanie nauczycieli - z wykorzystaniem obserwacji lekcji i wywiadów indywidualnych, badanie rodziców – z wykorzystaniem wywiadów indywidualnych. Badanie uczniów, nauczycieli i rodziców miało wspólne obszary badawcze, dlatego otrzymany w ten sposób materiał umożliwił spojrzenie na badane zagadnienia z różnych punktów widzenia.

W każdym z 20 gimnazjów wylosowano do badania jeden oddział klasy drugiej wraz z nauczycielem matematyki prowadzącym w tym oddziale regularne lekcje. W porozumieniu ze szkołą w oddziale zostały przeprowadzone w kolejności następujące działania:

1. obserwacje czterech kolejnych lekcji matematyki prowadzonych przez nauczyciela wylosowanego do badania oddziału;
2. badanie nauczycieli: krótka ankieta po pierwszej obserwowanej lekcji matematyki; wywiady indywidualne;
3. test matematyczny – wśród uczniów wylosowanego oddziału z każdej szkoły;
4. badanie uczniów (ankieta audytoryjna; wywiady grupowe) – łącznie dwa wywiady grupowe (jeden z chłopcami, jeden z dziewczętami z wylosowanej do badania klasy);
5. badanie rodziców (indywidualne wywiady– 3 wywiady w każdym z województw).

W części testowej badania uczestniczyło 405 uczniów, w części ankietowej oraz w wywiadach grupowych uczestniczyło 365 uczniów spośród nich.

## 2. Narzędzia badawcze

W każdej z badanych szkół użyto tych samych narzędzi badawczych. Narzędzia zostały przygotowane w taki sposób, aby było możliwe uzyskanie jak najpełniejszego obrazu nauczania matematyki w każdej z klas. Każde z użytych narzędzi (poza testem dla uczniów) obejmowało te same obszary badawcze.

### 2.1. Formularz obserwacji lekcji

Po każdej obserwowanej lekcji obserwator wypełniał formularz obserwacji lekcji na podstawie sporządzonej przez siebie w trakcie lekcji notatki, która zawierała m.in. wszystkie pytania zadawane przez uczniów i nauczyciela, odpowiedzi uczniów, zapis treści zadań rozwiązywanych na lekcji i zadawanych jako praca domowa oraz szczegółowy opis lekcji z uwzględnieniem istotnych, wypisanych w formularzu obszarów. Formularz obserwacji lekcji zawierał trzy obszary obserwacji:

- postawa nauczyciela:
  - wiedza merytoryczna nauczyciela;
  - styl pracy nauczyciela;
  - sposób uwzględniania podstawy programowej w metodach pracy nauczyciela;
  - sposób wprowadzania przez nauczyciela nowych lub przypominania znanych treści matematycznych;
- przebieg lekcji:
  - organizacja pracy na lekcji;
  - komunikacja uczniów z nauczycielem i między uczniami;
  - komunikacja nauczyciela z uczniami;
  - zadawanie i sprawdzanie zadanej pracy domowej;
- postawa uczniów na lekcjach matematyki:
  - motywacja do nauki i pracy na lekcjach;
  - zainteresowanie lekcją;

- swoboda w zadawaniu pytań nauczycielowi i wypowiedzenia się na tematy matematyczne.

Przed rozpoczęciem badania w szkołach obserwatorzy odbyli szkolenie, którego najistotniejszą częścią była nauka posługiwania się formularzem obserwacji. Uczestnicy szkolenia oglądali nagrane lekcje matematyki, a następnie wspólnie z prowadzącymi szkolenie omawiali je pod kątem badanych zagadnień i wypełniali formularze. Dzięki temu możliwe było ujednoczenie sposobu interpretacji i zapisu lekcji przez obserwatorów.

## 2.2. Scenariusze wywiadu grupowego i ankiety audytoryjnej z uczniami

W scenariuszu wywiadu grupowego uwzględnione zostały zagadnienia, które dotyczyły opinii uczniów o sposobie prowadzenia lekcji matematyki oraz ich udziale w tych lekcjach. W ankiecie audytoryjnej uwzględnione zostały zagadnienia spójne z pytaniami badawczymi sformułowanymi w zakresie postaw uczniów wobec matematyki i lekcji matematyki oraz dotyczące zachowań uczniów przy uczeniu się matematyki. Dodatkowo w ankiecie zawarto moduł mający pomóc w ocenie zrealizowanych na lekcjach matematyki obserwacji: porównanie lekcji typowych z tymi, na których zrealizowane były obserwacje.

## 2.3. Test matematyczny dla uczniów

Test matematyczny miał specyficzną konstrukcję, albowiem nie chodziło o to, by zróżnicować całą badaną grupę uczniów pod względem umiejętności matematycznych. Celem testu było zbadanie, jaki jest związek między umiejętnością radzenia sobie przez uczniów z typowymi, narzędziowymi umiejętnościami matematycznymi a umiejętnością stosowania matematyki w sytuacjach nietypowych, to znaczy sytuacjach wymagających rozumienia poznanych pojęć, oraz śmiałości w podejmowaniu rozumowania matematycznego. Żadne z zadań testu nie wykraczało poza podstawę programową, ale niektóre z nich były tak dobrane, by niemal na pewno uczniowie wcześniej ich nie znali. W teście znalazły się grupy zadań, które z założenia miały mierzyć różne, niekoniecznie związane ze sobą, specyficzne umiejętności matematyczne. Test przygotowany został w dwóch wersjach, A oraz B. Wersje testu w poszczególnych klasach były przydzielane w sposób losowy, w każdej klasie część uczniów rozwiązywała wersję A, część uczniów wersję B.

Zeszyt testowy każdej z wersji składał się z 21 zadań zamkniętych mierzących umiejętności uczniów z podstawowych działów matematyki szkolnej na poziomie gimnazjum (zob. załącznik 1). Te działy to: liczby i działania na liczbach, procenty, algebra oraz geometria. Znalazła się też w nim specjalnie dobrana grupa nietypowych zadań powiązanych ze sobą tematycznie, mających sprawdzić głównie stopień opanowania niektórych wymagań ogólnych opisanych w podstawie programowej.

Obie wersje testu miały 9 zadań wspólnych. Pozostałe zadania w obu wersjach były konstruowane w ten sposób, aby mierzyły te same umiejętności – w wielu wypadkach różniły się jedynie danymi liczbowymi.

Wiązka zadań dla każdego działu składała się z trzech rodzajów zadań:

- zadań typowych, sprawdzających proste umiejętności narzędziowe (zadania te były podobne do tych, które uczniowie znają z lekcji);
- zadań, w których trzeba było wykazać się biegłością w posługiwaniu się pojęciami i własnościami matematycznymi, a także rozumieniem tych własności;
- zadań wymagających pomysłowości i odwagi w rozwiązywaniu nietypowych problemów.



Każde z zadań w wiązce sprawdzało więc podobną (a czasem dokładnie tę samą) umiejętność matematyczną, ale na różnym poziomie pojmowania matematyki. Zadania z różnych wiązek mogły mierzyć odmienne umiejętności.

W zeszycie testowym, który uczeń otrzymywał, zadania z tej samej wiązki nie występowały jedno za drugim. Chodziło o to, by oddzielić od siebie, najlepiej jak to było możliwe, zadania badające tę samą umiejętność tak, by uczniowie nie traktowali jednych zadań jako podpowiedzi do rozwiązania innych zadań.

## 2.4. Scenariusz wywiadu indywidualnego z nauczycielem

Scenariusz wywiadu indywidualnego zawierał zagadnienia podzielone na dwa obszary:

- postawa nauczyciela:
  - wiedza merytoryczna nauczyciela;
  - styl pracy nauczyciela;
  - sposób uwzględniania podstawy programowej w metodach pracy nauczyciela;
  - sposób wprowadzania przez nauczyciela nowych lub przypominania znanych treści matematycznych;
- przebieg lekcji:
  - organizacja pracy na lekcji;
  - komunikacja uczniów z nauczycielem i między uczniami;
  - komunikacja nauczyciela z uczniami;
  - zadawanie i sprawdzanie zadanej pracy domowej.

## 2.5. Scenariusz wywiadu indywidualnego z rodzicem

Jako uzupełnienie badań z uczniami i nauczycielami zostało zrealizowane badanie jakościowe z rodzicami uczniów. Scenariusz wywiadu indywidualnego z rodzicem dotyczył zagadnień pokrywających się z pytaniami badawczymi sformułowanymi w zakresie postaw uczniów wobec matematyki i lekcji matematyki, zachowania uczniów przy uczeniu się matematyki oraz dodatkowo zawierał pytania dotyczące:

- stosunku rodziców do matematyki;
- spostrzeżeń na temat strategii uczenia się matematyki przez dzieci w domu, oraz ich przygotowywania się do sprawdzianów i klasówek;
- monitoringu postępów dzieci w zakresie matematyki.

# 3. Wyniki badania

## 3.1. Sposób postrzegania i interpretowania przez nauczycieli matematyki podstawy programowej

Badani nauczyciele deklarowali, że dobrze znają wymagania szczegółowe i ogólne podstawy programowej. Twierdzenie to było jednak czysto deklaratywne. Z badania wynika, że nauczyciele niezbyt dobrze znają wymagania ogólne podstawy programowej lub nie przykładają do nich wystarczającej wagi – postrzegają podstawę programową głównie przez pryzmat wymagań szczegółowych. Nauczyciele z dłuższym stażem podchodzą do podstawy programowej intuicyjnie i są przekonani, że nowa podstawa programowa nie różni się wiele od dobrze im znanej – starej podstawy programowej.

Nauczyciele postrzegali zmiany w podstawie przez pryzmat zmian w wymaganiach szczegółowych. Zdecydowanie najbardziej niekorzystną zmianą dotyczącą wymagań szczegółowych, podkreślaną przez niemal wszystkich badanych nauczycieli, było zmniejszenie zakresu materiału, przeniesienie części zagadnień z gimnazjum do szkół ponadgimnazjalnych: twierdzenia Talesa, nierówności, twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, jednokładności. Zdaniem nauczycieli skutkuje to obniżeniem poziomu nauczania. Przeniesienie na wyższy poziom funkcji liniowej i wzorów skróconego mnożenia badani nauczyciele uznali za korzystną zmianę.

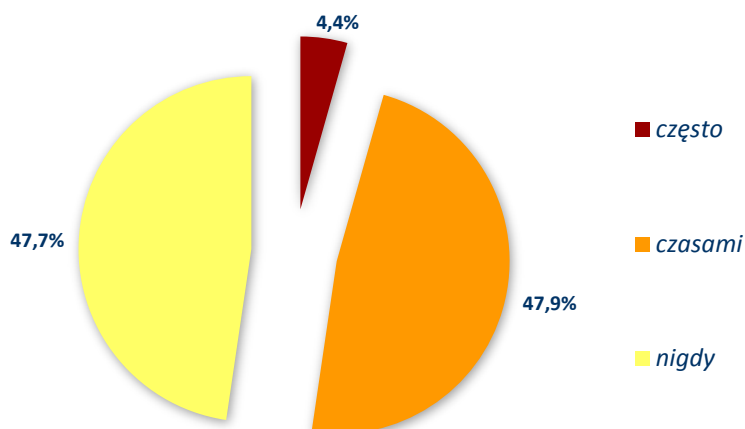
Nauczyciele zauważali także, że podstawa programowa spowodowała okrojenie wymiaru godzin przeznaczonych na matematykę w gimnazjum. Tymczasem liczba godzin matematyki na 3-letni cykl nauki jest regulowana innym rozporządzeniem i nie zmieniała się wraz ze zmianą podstawy programowej.

Nauczyciele uważali, że wraz z nową podstawą zwiększyła się ilość materiału dla II klasy gimnazjum. Tymczasem postawa programowa określa wymagania ogólne i szczegółowe dla całego 3-letniego cyklu nauki w gimnazjum, bez podziału na lata nauki. Wydaje się, że część badanych nauczycieli tego nie wiedziała.

Najczęściej deklarowaną przez nauczycieli korzystną zmianą w podstawie jest położenie nacisku na rozbudzanie w uczniach umiejętności logicznego myślenia w tym, m.in.: nastawienie na samodzielne poszukiwanie rozwiązania problemów, rozbudzanie kreatywności, odejście od wpasowywania się w klucz odpowiedzi, nabywanie praktycznych umiejętności.

### 3.2. Sposób realizacji podstawy programowej

Zdaniem nauczycieli najbardziej dopasowanymi do realizowania wymagań podstawy programowej sposobami pracy z uczniami są metody aktywizujące, praca w grupach oraz praca indywidualna z uczniem. Deklaracje nauczycieli nie miały odzwierciedlenia w praktyce szkolnej. Uczniowie nie pracowali w grupach na żadnej z 80 obserwowanych lekcji. Ponadto prawie połowa badanych uczniów stwierdziła, że w klasie taki tryb pracy nad zadaniami nie ma nigdy miejsca. Podobny odsetek wskazuje, że w klasie czasami ma miejsce praca w grupach.



*N=365*

Wykres 2. Ankieta dla uczniów. Rozkład odpowiedzi na pytanie: *Jak często w klasie pracujemy w grupach?*

Oczywiście nie każdy problem matematyczny nadaje się do pracy w grupach, a organizacja i kierowanie pracą w grupach, by była efektywna, wymaga od nauczyciela dodatkowych umiejętności. Znakomita większość zadań i problemów występujących w podręcznikach jest adresowana do pojedynczego ucznia.

Badani nauczyciele przyznawali, że ich metody pracy nie w pełni umożliwiają zrealizowanie wymagań ogólnych podstawy programowej. Realizacja wymagań ogólnych zależy – zdaniem badanych – od indywidualnych predyspozycji uczniów. Nie wszyscy uczniowie przyswajają wiedzę w tym samym tempie, przez co nauczyciele są zmuszeni do pominięcia części zagadnień, które mogliby opanować uczniowie zdolniejsi (np. zadania na dowodzenie). Za najtrudniejsze do realizacji nauczyciele uznawali następujące wymagania ogólne podstawy programowej:

- III. Modelowanie matematyczne,
- IV. Użycie i tworzenie strategii,
- V. Rozumowanie i argumentacja.

Zdaniem nauczycieli wynika to z postawy uczniów, którzy często uczą się na pamięć i nie potrafią wykorzystywać posiadanej wiedzy, np. użyć znanego wzoru, zastosować go w praktyce. Obserwacje lekcji potwierdzają, że nauczyciele rzadko rozwiązują z uczniami zadania związane z III, IV i V wymaganiami ogólnymi podstawy programowej. Takie zadania są stosunkowo często kierowane do grupy tzw. uczniów chętnych lub zadawane uczniom jako dodatkowa praca domowa.

Badani nauczyciele stwierdzali, że większość ich uczniów ma problemy z trudniejszymi zadaniami matematycznymi. Główną trudnością według nich jest rozumienie poleceń matematycznych – uczniowie preferują najprostsze polecenia, typu: zapisz, oblicz, narysuj. Znajduje to potwierdzenie w wypowiedziach uczniów. Takie proste zadania są dla większości uczniów zrozumiałe, wymagają od nich przede wszystkim mechanicznego stosowania posiadanej wiedzy i szybko prowadzą do poprawnego rozwiązania.

Nauczyciele deklarowali, że nie mają większych problemów z realizacją celów szczegółowych podstawy programowej, choć ograniczona liczba godzin przeznaczonych na lekcje matematyki to utrudnia. W związku z tym ograniczeniem, nauczyciele realizują wszystkie cele szczegółowe podstawy programowej, ale w stopniu węższym niż by tego chcieli. Znajduje to potwierdzenie zarówno w obserwowanych lekcjach, jak i wypowiedziach uczniów. Na większości obserwowanych lekcji nauczyciele zajmowali się wraz z uczniami ćwiczeniem umiejętności narzędziowych.

*Na pewno ta liczba godzin matematyki, tak jak mówiłam, więc lepiej, gdyby było jej więcej, liczba uczniów też oczywiście, bo jeżeli klasy są zbyt liczne, to wtedy trudno być tym koordynatorem, bo trudno sprawdzić tyle zadań domowych, czy wyegzekwować tę bieżącą treść. (Nauczycielka, miasto powyżej 100 tys., woj. dolnośląskie.)*

Zdaniem badanych nauczycieli czynnikami utrudniającymi realizację nowej podstawy programowej są także: niewystarczająca liczba pomocy dydaktycznych, zwłaszcza multimedialnych, zbyt duża liczba uczniów w klasie (szczególnie określanych jako „słabi”), obecność w klasie uczniów dysfunkcyjnych, brak współpracy ze strony uczniów – brak zdyscyplinowania, zaniedbywanie prac domowych, lenistwo, brak współpracy ze strony rodziców, ich błędy wychowawcze.

*Konieczny jest dostęp do multimediiów, środków dydaktycznych. [...] Mieliliśmy, nawet mamy, ale rzadko z tego korzystamy EduROM-y i tam były też matematyczne akurat treści, ale nie wiem..., moim*

zdaniem efekty przynosi większe ta taka żmudna praca. (Nauczyciel, miasto powyżej 100 tys., woj. dolnośląskie.)

### 3.3. Stosowane przez nauczycieli metody nauczania

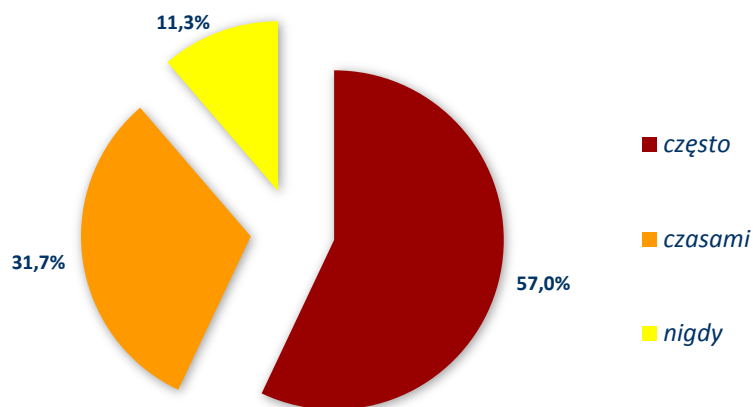
Badani nauczyciele deklaruwali, że ich styl pracy z uczniami uzależniony jest od dwóch podstawowych czynników: charakteru klasy (jej potencjału intelektualnego, zgrania, aktywności i współpracy z nauczycielem) oraz od tematu realizowanego na lekcji. Nauczyciele twierdzili, że pracują metodami aktywnymi i zachęcają uczniów do czynnego udziału w lekcjach. Deklarowali również, że w przypadku klas mniej zgranych, mniej aktywnych konieczna jest większa aktywność nauczyciela (najczęściej przybierająca formę wykładu lub pogadanki). Taki sposób pracy – wykład lub pogadanka – jest też stosowany przez nauczycieli przy wprowadzaniu na lekcjach nowych treści matematycznych.

Deklaracje nauczycielskie o różnorodności stosowanych metod nauczania nie znalazły potwierdzenia w obserwacji lekcji matematyki. Prawie wszystkie z osiemdziesięciu obserwowanych lekcji były prowadzone przez nauczycieli w bardzo podobnym stylu. Nauczyciele przekazywali uczniom niezbędną do realizacji zaplanowanego tematu wiedzę, a przekaz ten był zazwyczaj uzupełniany rozwiązywaniem przez nauczycieli przykładowych, wzorcowych zadań. Na kolejnych etapach lekcji zadania rozwiązywali często także uczniowie. Uczniowskie próby rozwiązywania zadań były zazwyczaj wspierane przez nauczycieli prowadzeniem uczniów „krok po kroku”. Nauczyciele najczęściej stawiali uczniom drobne pytania, które w rezultacie doprowadzały ucznia do poprawnego rozwiązania zadania, ale pozbawiały go całkowicie możliwości samodzielnej próby myślenia, jak je rozwiązać. W rezultacie, co zaobserwowano podczas badania, doprowadzało to do bierności uczniów i czekania na pytania pomocnicze. Na przykład na jednej z obserwowanych lekcji pojawiło się zadanie, w którym trzeba było obliczyć objętość ostrosłupa. Uczeń, który miał rozwiązać to zadanie przy tablicy usłyszał od nauczyciela następujące pytania i wskazówki: *Zaznacz dane na rysunku, Jaki jest ten ostrosłup?, Co to znaczy, że prawidłowy?, Czyli jaką ma podstawę?, Co możemy policzyć z krawędzi podstawy? Co jeszcze mamy dane?, Co możemy policzyć, jak już mamy przekątną podstawy?, Z czego skorzystamy?, A czego nam trzeba jeszcze?, Narysuj ten trójkąt obok., Jaki to trójkąt?, No to oblicz długość trzeciego boku z twierdzenia....* Według uczniów opisany wyżej styl prowadzenia lekcji matematyki dotyczy prawie wszystkich lekcji matematyki, a większość lekcji przebiega zgodnie ze schematem:

- sprawdzanie pracy domowej;
- wprowadzenie przez nauczyciela nowych pojęć albo rozwiązywanie przez nauczyciela przykładowych zadań na tablicy;
- rozwiązywanie zadań przez uczniów.

Uczniowie, opisując typową lekcję matematyki, posługiwali się najczęściej opisem „po krótkim wprowadzeniu nauczyciela, uczniowie sami starają się rozwiązać wskazane zadanie, a wybrana osoba zapisuje rozwiązanie na tablicy”. Prawie połowa uczniów wskazywała ponadto, że nauczyciel przez większą część lekcji tłumaczy zagadnienia lub pokazuje, jak rozwiązywać zadania.

*Pani pokazuje, jak obliczyć to konkretne zadanie. A sami musimy wywnioskować, jak kolejne obliczyć na bazie tego zadania, z tych informacji, które wykorzystaliśmy.* (Uczeń, miasto powyżej 100 tys., woj. pomorskie.)



*N=363*

**Wykres 3. Ankieta dla uczniów. Rozkład odpowiedzi na pytanie *Jak często nauczyciel przedstawia wzorcowe rozwiązania jakiegoś typu zadań i ćwiczyacie to rozwiązanie.***

Jak wynika zarówno z obserwacji, jak i badania uczniów, inną często stosowaną przez nauczycieli metodą pracy na lekcji jest prowadzenie całej klasy do rozwiązania zadania: podczas pracy nad zadaniem nauczyciel na każdym etapie jego rozwiązywania zadaje wszystkim uczniom wiele pytań pomocniczych, wychwytuje z chóralnych odpowiedzi uczniów te dobre i „skleja” z nich rozwiązanie zadania. Nauczyciel zapisuje poprawne kawałki odpowiedzi poszczególnych uczniów na tablicy – dzięki temu uczniowie mogą mieć poczucie, że rozwiązali zadanie wspólnie. Jednak taka współpraca to raczej prowadzenie uczniów do jednego właściwego, zdaniem nauczyciela, rozwiązania. Brak w niej na przykład poszukiwania różnych sposobów rozwiązania danego problemu czy dyskusji nad sensownością rozwiązania.

Wymieniając ciekawe lekcje matematyki, uczniowie koncentrowali się przede wszystkim na zajęciach odbiegających od utartego schematu – z wykorzystaniem rzutnika, tablicy interaktywnej, prezentacjami, tworzeniem figur z patyczków, z pracą w grupach, zagadkami, sudoku. Nauczyciele pytani o tego typu lekcje twierdzili, że mają za mało czasu na realizację programu i dlatego zdarzają się one tylko kilka razy w roku.

Badani nauczyciele deklarowali, że często starają się wykorzystywać na lekcjach metody aktywizujące, a najczęściej wybieraną metodą jest praca w grupach. Jednak na ani jednej z osiemdziesięciu obserwowanych lekcji ta metoda nie wystąpiła. Niektórzy nauczyciele zauważali, że nie przy każdym dziale i nie w każdym zestawie klasowym można wykorzystać metody aktywizujące.

*Nie dałabym pracy w grupach, bo ona nie zawsze... Nie ma jakiejś jednej metody, musi być zróżnicowane, musi być i ta pogadanka, musi być i wykład [...], ale samej takiej pracy grupowej, to bym..., od niej jak najdalej jak gdyby, rzadko ją stosuję, bo mówię, to jedna osoba pracuje, dwie, a reszta nie zawsze pracuje, jeżeli już – to żeby to była grupa bardzo mała, 3-osobowa założmy. (Nauczycielka, wieś, woj. podlaskie.)*

Wszyscy badani nauczyciele deklarowali zadawanie prac domowych po każdej lekcji, jako naturalną kontynuację pracy i zadań realizowanych na lekcji. Przeważnie były to zadania z podręcznika, zeszytów ćwiczeń lub zbiorów zadań. Jednak, jak wynika z obserwowanych lekcji, zadawanie pracy domowej było często pustym rytuałem. W połowie szkół uczestniczących w badaniu sprawdzenie pracy domowej polegało jedynie na zapytaniu uczniów czy odrobili pracę domową, a w sześciu szkołach nauczyciele nie interesowali się w żaden sposób zadaną przez siebie pracą domową.

Atmosfera na prawie wszystkich obserwowanych zajęciach wydawała się sprzyjająca aktywności uczniów. Nauczyciele zachęcali uczniów do zabierania głosu. Mimo to na większości lekcji uczniowie nie wypowiadali się swobodnie, nie zadawali spontanicznie pytań związanych z tematyką lekcji. Aktywnie w lekcji uczestniczyła zazwyczaj tylko niewielka grupa uczniów. Znalazło to potwierdzenie w wypowiedziach uczniów. Wielu z nich deklarowało, że nie czują się swobodnie na lekcjach matematyki. Przyznawali, że boją się zadawać pytania nauczycielowi. Z jednej strony obawiają się nerwowej reakcji nauczyciela, z drugiej boją się obnażenia swojej niewiedzy na forum klasy.

Nauczyciele deklarowali, że na lekcjach matematyki bardzo rzadko wykorzystują pomoce multimedialne (komputery, Internet, rzutniki, tablice interaktywne). Najczęstszym narzędziem pracy nauczyciela jest kreda, tablica, podręcznik lub kserokopie zadań. Znajduje to potwierdzenie w obserwacjach lekcji i wywiadach z uczniami.

We wszystkich badanych szkołach system oceniania stosowany przez matematyków powstawał w oparciu o Wewnętrzny System Oceniania. Wszyscy badani deklarowali, że uczniowie znają go i akceptują. Znalazło to potwierdzenie w wypowiedziach uczniów.

Za podstawowy sposób zbierania informacji zwrotnej o swojej pracy badani nauczyciele uważali oceny z prac pisemnych uzyskane przez uczniów (z kartkówek, klasówek, sprawdzianów). Większość badanych nauczycieli twierdziła, że podczas lekcji oprócz ocen wyrażonych stopniami stosuje ocenę słowną. Zazwyczaj za tę formę oceny uważali oni pochwałę ucznia albo zwrócenie uwagi na niedociągnięcia, często ograniczające się do mało precyzyjnego komentarza dotyczącego pracy albo postawy uczniów, np. Świetnie. Dobrze Ci idzie. Albo: Całkiem nieźle myślisz, ale zachęcam do wyjątkowego wysiłku, systematycznej pracy i samodzielnych działań w zeszycie. Czy: Jesteś niegrzeczny. Zachowujesz się nagannie.

Za czynniki motywujące uczniów do pracy nauczyciele uważali: kartkówki, stawianie ocen lub plusów za różnego rodzaju pozytywną aktywność mieszczącą się w programie i wykraczającą poza program, nagradzanie oceną dobrze rozwiązanych zadań, pochwały słowne, motywatory w postaci naklejek zawyżanie ocen (w przypadku zauważalnego wysiłku uczniów słabych). I ja staram się i dokładam wszelkich sił, żeby ich motywować, głównie mówię, właśnie przez te motywacje ustne, czasami ja na sprawdzianach albo kartkówkach, wiadomo, jeżeli pozwala mi na to czas i siły i na przykład piszę, wiem, że ta Karolina dostała 4: Jestem z Ciebie dumna [...]. Nauczycielka z miasta powyżej 100 tys., woj. podlaskie.

### 3.4. Mechaniczne posługiwanie się narzędziami matematycznymi a umiejętność rozumowania matematycznego

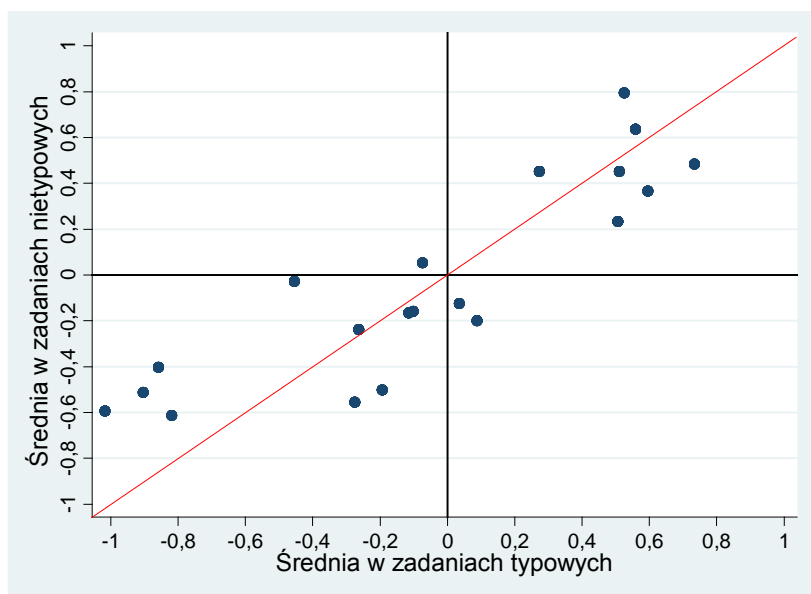
Na obserwowanych lekcjach nauczyciele skupiali się głównie na kształceniu umiejętności posługiwania się podstawowymi narzędziami matematycznymi opisanymi w wymaganiach szczegółowych podstawy programowej. Prawie połowa zadań rozwiązywanych na lekcjach wymagała od uczniów mechanicznego stosowania narzędzi matematycznych. Zadania wymagające rozumowania czy modelowania matematycznego były zadawane jako zadania dodatkowe dla uczniów chętnych lub były rozwiązywane przez nauczyciela. Nauczyciele deklarowali w wywiadach, że skupiają się na zadaniach narzędziowych, bo nie wyobrażają sobie, by uczniowie mogli zajmować się głębszymi aspektami matematyki bez doskonałego opanowania tych elementarnych umiejętności.

Są to oczywiście umiejętności konieczne do tego, by uczniowie mogli w przyszłości rozumnie posługiwać się matematyką, ale nie są to umiejętności wystarczające do osiągnięcia tego celu. Co więcej, jak pokazało także to badanie, skupienie się w nauczaniu na poznawaniu narzędzi matematycznych i przeznaczanie nadmiernie dużo czasu na ćwiczenie algorytmicznych umiejętności posługiwania się tymi narzędziami może u niektórych uczniów zahamować śmiałość w rozumowaniach matematycznych.

#### 4.4.1 Wyniki testu

Użyty w badaniu test matematyczny miał za zadanie wykrycie związków między dwoma rodzajami umiejętności uczniów: rozwiązywaniem typowych zadań i rozwiązywaniem nietypowych problemów matematycznych. Zgodnie z poglądem deklarowanym przez nauczycieli, im lepiej uczniowie radzą sobie z zadaniami typowymi zadaniami, tym lepiej powinni radzić sobie także z nietypowymi. Tymczasem okazało się, że związek między tymi umiejętnościami nie jest taki oczywisty.

Na poniższym wykresie przedstawiono wyniki uczniów dla zadań typowych i nietypowych. Każdy punkt na wykresie reprezentuje jedną z badanych szkół<sup>1</sup>. Dla każdego z dwóch rozważanych typów zadań średnia wystandaryzowanych wyników dla wszystkich szkół jest równa 0. Jednostką na osiach układu współrzędnych jest odchylenie standardowe. Tak więc, jeśli punkt ma np. współrzędne  $(-0,42, -0,01)$  to znaczy, że średni wynik uczniów z odpowiadającej mu szkoły był dla zadań typowych o 0,42 odchylenia standardowego gorszy niż przeciętna dla wszystkich szkół, a dla zadań nietypowych był niemal równy przeciętnemu wynikowi, bo tylko o 0,01 odchylenia standardowego od niego gorszy.



Wykres 4. Związek między wynikami zadań typowych i nietypowych (w całym teście).

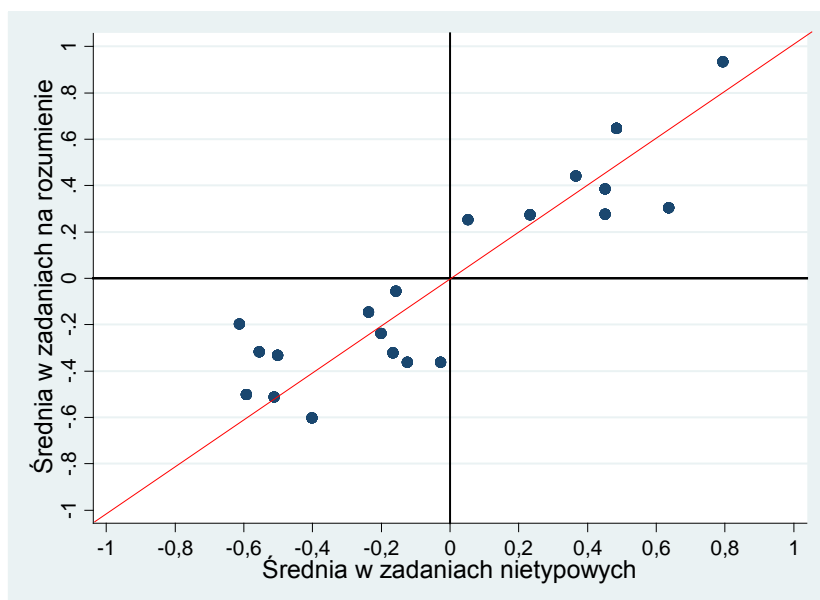
Gdyby u uczniów we wszystkich badanych szkołach harmonijnie rozwinięte były umiejętności radzenia sobie z zadaniami typowymi i nietypowymi, wszystkie punkty na powyższym wykresie leżałyby blisko dwusiecznych pierwszej i trzeciej ćwiartki układu współrzędnych (czerwona linia na rysunku). Punkty,

<sup>1</sup> Przez wynik szkoły rozumiemy wynik klasy wylosowanej do badania w tej szkole.

które leżą poniżej tej linii reprezentują szkoły, których uczniowie stosunkowo lepiej sobie radzą z zadaniami typowymi niż nietypowymi (w porównaniu do reszty badanych szkół). Punkty leżące powyżej – szkoły, których uczniowie lepiej sobie radzili z zadaniami typowymi.

Jak widać, wśród badanych oddziałów są takie, które miały ponadprzeciętne wyniki w obu kategoriach tych zadań (reprezentowane są one punktami w górnym lewym rogu wykresu). Są szkoły, które mają słabe wyniki w obu kategoriach (dolny lewy róg). Są też szkoły, których wyniki w zadaniach typowych były lepsze niż w nietypowych, ale najbardziej interesujące wydaje się to, że są szkoły, które słabo wypadły w zadaniach typowych, a nieźle w zadaniach nietypowych.

Nieco bardziej skorelowane są pod tym względem wyniki szkół dla zadań nietypowych w zestawieniu z wynikami zadań wymagających głębszego rozumienia używanych pojęć i własności matematycznych. Pokazuje to kolejny wykres, na którym widać, że zaznaczone punkty układają się bardziej równomiernie i bliżej czerwonej linii, niż na poprzednim wykresie.



Wykres 5. Związek między wynikami zadań nietypowych i zadań badających rozumienie (w całym teście).

#### 4.4.2 Analiza wyników na przykładzie wiązki *Geometria*

Aby lepiej zrozumieć, na czym polegają zależności między wynikami szkół dla poszczególnych typów zadań, warto mieć na uwadze, jakie to były zadania – jakiego typu aktywności matematycznej wymagały. Z tego punktu widzenia, lepiej jest porównywać wyniki między zadaniami wewnątrz każdej wiązki z osobna. Nie można bowiem wykluczyć, że np. umiejętności potrzebne w algebrze są innego typu niż te potrzebne w geometrii, a więc uśrednianie wyników zadań dla tych dwóch typów umiejętności może utrudnić obserwację istotnych związków dla aktywności uczniów zarówno w obszarze geometrii, jak i algebry.

Przedstawimy tutaj dla przykładu wyniki badania związku między typowymi i nietypowymi umiejętnościami dla wiązki *Geometria*. Zaczniemy od opisu zadań z tej wiązki.

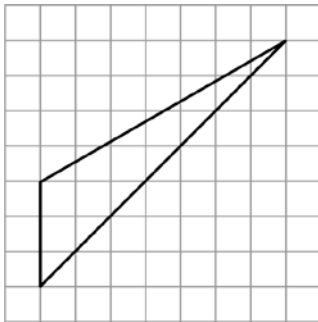
Zadaniem sprawdzającym proste umiejętności narzędziowe było w tej wiązce poniższe zadanie.



## POLE TRÓJKĄTA

Na siatce kwadratowej narysowano trójkąt. Bok kwadratu siatki jest równy 1.

Pole narysowanego trójkąta jest równe



- A. 21
- B. 15,5
- C. 10,5
- D. 7

Do rozwiązania tego zadania wystarczy umiejętność stosowania wzoru na pole trójkąta. Niemal identyczne zadania pojawiały się na egzaminach gimnazjalnych, można je też znaleźć w wielu podręcznikach. Należało się zatem spodziewać, że uczniowie spotkali się z tym zadaniem na lekcjach, a więc mogliśmy zakładać, że byli uczeni rozwiązywania takiego zadania.

Zadanie sprawdzające głębsze rozumienie tego samego pojęcia (pole trójkąta) miało taką treść:

### NAJWIĘKSZE POLE

**Jakie największe pole może mieć trójkąt, w którym jeden bok ma długość 8, a drugi ma długość 5?**

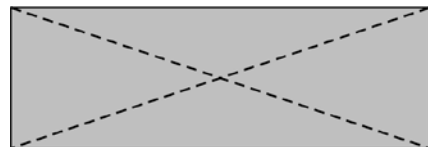
- A. 40
- B. 24
- C. 20
- D. 12

Aby rozwiązać to zadanie, nie wystarczy znać wzór na pole trójkąta. Trzeba jeszcze rozumieć, jak działa ten wzór i mieć świadomość, jak zmienia się pole trójkąta przy zmieniającym się kącie między bokami. Takie zadanie rzadko pojawia się w podręcznikach i nie pojawiło się dotąd na egzaminach. Zakładaliśmy, że większość uczniów nie uczyła się rozwiązywania takiego zadania, ale jeśli dzięki rozwiązywaniu bardziej typowych zadań głębiej rozumieją zagadnienia związane z obliczaniem pola trójkąta, powinni poradzić sobie i z tym, mniej typowym.

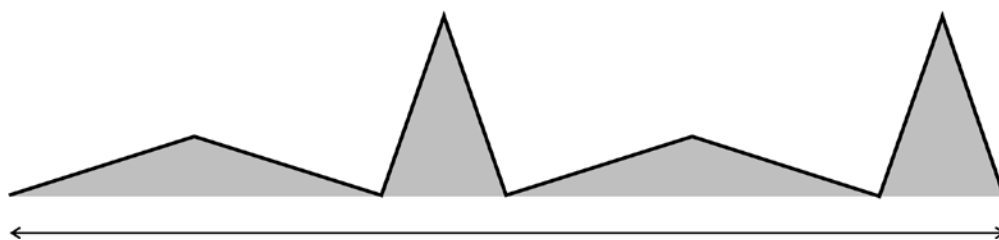
W tej wiązce zadanie nietypowe było następujące:

### SZLACZEK

**Prostokąt przedstawiony na rysunku obok rozcięto wzdłuż przekątnych na cztery trójkąty. Z tych trójkątów ułożono taki szlaczek, jak na rysunku poniżej.**



Oceń prawdziwość zdań zapisanych w tabeli.



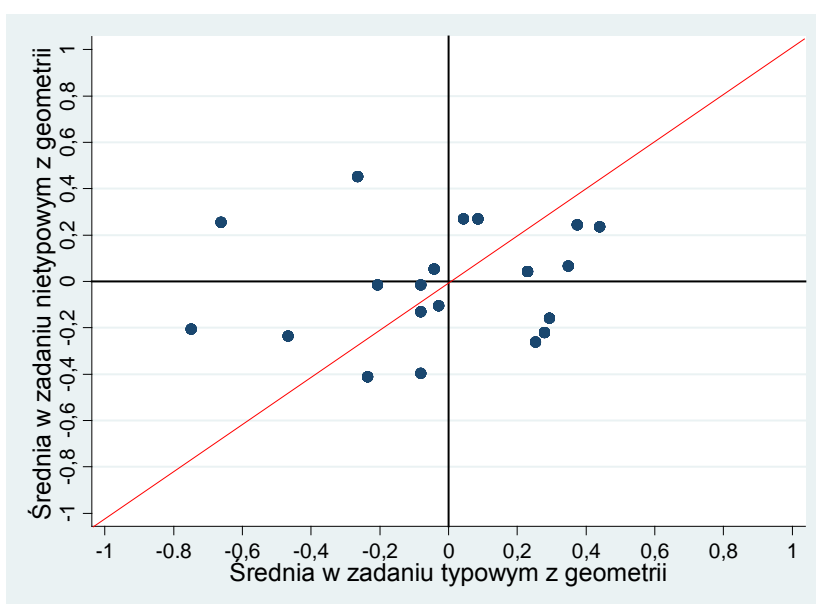
długość szlaczka

I.	Długość szlaczka jest równa obwodowi prostokąta.	<input type="checkbox"/> PRAWDA/ <input type="checkbox"/> FAŁSZ
II.	Długość pogrubionej linii wzdłuż górnej krawędzi szlaczka jest równa sumie długości przekątnych prostokąta.	<input type="checkbox"/> PRAWDA/ <input type="checkbox"/> FAŁSZ
III.	Pole szlaczka jest dwa razy większe od pola prostokąta.	<input type="checkbox"/> PRAWDA/ <input type="checkbox"/> FAŁSZ

Zadanie to nie wymagało wiedzy wykraczającej poza szkołę podstawową, ale jest nietypowe i zapewne badani uczniowie nigdy wcześniej nie zetknęli się z takim zadaniem. Aby je rozwiązać trzeba było się wykazać samodzielnością rozumowania i śmiałością w podejściu do problemu matematycznego.

Zastanawia już proste porównanie wyników szkół dla zadania nietypowego (SZLACZEK). Współczynnik łatwości tego zadania dla całej badanej nim grupy uczniów wyniósł 26%. W szkole, która miała najgorszy wynik z całego testu uczniowie poradzili sobie z tym zadaniem znacznie lepiej: współczynnik łatwości równy był 40%. Natomiast w szkole, która w całym teście osiągnęła ósmy wynik – czyli powyżej przeciętnego – żaden uczeń poprawnie go nie rozwiązał (współczynnik łatwości 0%).

Czym można tłumaczyć ten pozornie dziwny rezultat? Otóż średni wynik punktowy szkoły w zdecydowanej mierze zależał od umiejętności rozwiązywania bardziej typowych i narzędziowych zadań. Takie zadania, jak się okazało podczas obserwacji lekcji, nauczyciele najchętniej i najczęściej ćwiczą z uczniami. Jak widać nie zawsze taki sposób nauczania dobrze wykorzystuje matematyczne możliwości uczniów. Zestawienie wyników zadania typowego, narzędziowego (POLE TRÓJKĄTA) i zadania nietypowego (SZLACZEK), wymagającego wyobraźni geometrycznej oraz śmiałości rozumowania, przedstawiono na poniższym wykresie. Wyniki, tak jak poprzednio, to scalone znormalizowane wyniki dla testu A oraz B.



Wykres 6. Związek między wynikami zadań typowych i zadań nietypowych (w wiązce *Geometria*).

Na tym wykresie wyraźnie widać, że w wielu szkołach wynik zadania typowego nie był związany z wynikiem zadania nietypowego – odległości punktów od czerwonej linii są znaczne. Ciekawe, że są szkoły, których uczniowie są bardzo słabi w zadaniach narzędziowych, nie przestraszyli się zadania nietypowego i nieźle sobie z nim poradzili. Szkoła (czyli badani uczniowie), która uzyskała najlepszy wynik w zadaniu nietypowym, była trzecia od końca w zadaniu typowym. Są też szkoły znacznie powyżej przeciętnej w zadaniu typowym, które słabo wypadły w zadaniu nietypowym.

Przyczyny tego stanu rzeczy są zapewne złożone, można jednak stwierdzić, że nawet świetne wyćwiczenie umiejętności rozwiązywania typowych zadań nie daje pewności, że uczniowie swobodnie i w sposób rozumny będą się posługiwać narzędziami matematycznymi przy rozwiązywaniu nietypowych problemów. Dzieje się tak zwłaszcza wtedy, gdy nauczyciel skupia się wyłącznie na typowych zadaniach.

Z porównania wyniku testu i obserwacji lekcji można wnioskować, że uczniowie nadmiernie ćwiczeli w rozwiązywaniu typowych, algorytmicznych zadań, nie szukają oryginalnych rozwiązań, a gdy postawieni są przed nietypowym problemem – szukają w pamięci podobnego przykładu, który już wcześniej rozwiązywali z nauczycielem. Zdarza się, że uczniowie słabiej obeznani z typowymi rozwiązaniami, śmielej poszukują własnych sposobów rozwiązania problemu.

Warto zwrócić uwagę na jeszcze jedną niepokojącą cechę nauczania matematyki, która ujawniła się w wynikach testu. Ostatnie z trzech pytań w zadaniu SZLACZEK to pytanie o porównanie pól. Okazało się, że ponad 26% badanych gimnazjalistów sądzi, że po pocięciu prostokąta na kawałki i złożeniu z tych kawałków innej figury, otrzymamy figurę o innym polu. Zakładając, że uczniowie zrozumieli tekst zadania, oznacza to, że nie mają oni ugruntowanej intuicji pola, intuicji, która powinna być wyrobiona już na poziomie edukacji wczesnoszkolnej.

### 3.5. Postawy uczniów wobec matematyki i uczenia się matematyki

Prawie trzy czwarte badanych uczniów uważało się za przeciętnie lub dobrze uzdolnionych matematycznie. Mniej niż jedna piąta uczniów oceniła swoje matematyczne możliwości jako słabe. Niewielki odsetek uczniów ocenił je jako bardzo słabe lub bardzo dobre. Zdaniem uczniów o dobrych wynikach nauki matematyki w szkole decydują (w kolejności wskazań):

- dobry nauczyciel;
- ciekawie prowadzone lekcje;
- motywujący system oceniania;
- dużo ćwiczeń w domu;
- zaangażowanie ze strony ucznia, rozumiane jako chęć uczenia się matematyki, skupienie podczas lekcji, systematyczność.

Zdecydowana większość uczniów biorących udział w badaniu zgodziła się ze stwierdzeniem, iż warto uczyć się matematyki. Wśród aspektów życia, w których matematyka jest przydatna, uczniowie wymieniali: finanse, lepsza przyszłość zawodowa, radzenie sobie z codziennym życiem.

*Żeby nas nie oszukali w sklepie. Logiczne myślenie. Bo jest na maturze. Bardzo mało matematyki się przydaje, ale to właśnie..., to podstawowe liczenie. Przydaje się, ale bardzo wąskiemu gronu ludzi, którzy zostaną inżynierem albo architektem. Dodawanie, odejmowanie. Po co mi będzie narysowanie w przyszłości [...] sześcianu prawidłowego prostego. (Uczennica, miasto powyżej 100 tys., woj. mazowieckie.)*

Mimo że matematyka wydaje się dla uczniów ważna, duża ich część deklarowała, że najchętniej uczestniczy w takich lekcjach matematyki, na których nie muszą się mocno angażować. Uczniowie wolą lekcje, na których mogą stosować poznane wcześniej schematy do rozwiązywania kolejnych problemów. Jest to zgodne z deklaracją nauczycieli, że uczniowie niechętnie angażują się w rozwiązywanie zadań i problemów wymagających użycia zaawansowanych matematycznych umiejętności.

### 3.6. Stosunek rodziców do sposobu uczenia się matematyki przez ich dzieci

Badani rodzice zgodnie twierdzili, że w gimnazjum kontrola rodziców nad realizacją obowiązków szkolnych dziecka znacznie się zmniejsza, dlatego większość badanych nie jest w stanie szczegółowo opowiedzieć, w jaki sposób ich dzieci przygotowują się do lekcji matematyki.

Respondenci zdawali sobie sprawę z perspektyw, jakie otwiera przed dzieckiem znajomość przedmiotów ścisłych. W tym kontekście matematyka jest uważana za ważny przedmiot. Badani deklarowali, że nie wywierają jednak żadnych nacisków – szanują wybory i predyspozycje swoich dzieci. Przydatność matematyki w życiu dorosłym jest, zdaniem rodziców, niepodważalna.

Źródłem informacji o ocenach dzieci są dla badanych rodziców: sami uczniowie, wywiadówki oraz dzienniki elektroniczne. Sporadycznie wymieniano też kontakty z nauczycielami. Sposobem monitorowania postępów dziecka jest kontrola ocen – w przypadku, gdy oceny budzą wątpliwości, kontrola rodziców zwykle się zwiększa.

## 4. Wnioski

Zestawienie wyników badania poszczególnymi narzędziami i połączenie wyników z obserwacji lekcji z wywiadami z uczniami, nauczycielami i rodzicami oraz analiza wyników testu matematycznego skłania do sformułowania następujących wniosków:

- Podczas obserwowanych lekcji nauczyciele wykazywali dobre przygotowanie z zakresu wiedzy matematycznej.
- Stosowane w praktyce metody nauczania matematyki były zazwyczaj jednowymiarowe: nauczyciele skupiali się na przekazaniu uczniom swojej wiedzy, nie zwracając uwagi na zaangażowanie uczniów w ten proces.
- Nowa podstawa programowa zakładała m. in. zmianę podejścia do nauczania matematyki – większy niż dotąd nacisk na cele ogólne związane z rozumowaniem, argumentacją, umiejętnością dobierania własnej strategii. Realizacja tych założeń napotyka jednak na zasadnicze trudności, wynikające m.in. z przywiązania nauczycieli do podających metod pracy na lekcji i ćwiczenia głównie umiejętności narzędziowych.
- Preferowane przez nauczycieli długotrwałe ćwiczenie umiejętności narzędziowych nie daje gwarancji, że uczniowie będą potrafili swobodnie używać poznanych narzędzi w sytuacjach poszukiwania rozwiązań problemów nietypowych i samodzielnie prowadzić rozumowania matematyczne.
- Wielu badanych nauczycieli wyrażało brak przekonania co do skuteczności nowych rozwiązań w nauczaniu matematyki. Wiedzieli co prawda, że powinni stosować rozmaite metody nauczania i deklarowali, że je stosują, ale w rzeczywistości dominował model podający.
- Komunikacja nauczycieli z uczniami na lekcji była na ogół jednokierunkowa: komunikaty przekazywane były przede wszystkim od nauczyciela do ucznia. Nauczyciele zazwyczaj słabo reagowali na potrzeby, pytania i wątpliwości uczniów.

- Rodzice uczniów uznają matematykę za ważny przedmiot w szkole, ponieważ wiąże się z praktycznymi umiejętnościami życiowymi i lepszą przyszłością ich dzieci.

#### 4.1. Umiejętności merytoryczne i metodyczne nauczycieli

Podczas obserwowanych lekcji nauczyciele wykazywali dobre przygotowanie merytoryczne, tzn. nie popełniali błędów merytorycznych, dbali o poprawność zapisu matematycznego. Wprowadzając nowe pojęcia, często posługiwali się formalnym słownictwem, definicjami i wzorcowymi przykładami.

Stosowana w praktyce metoda nauczania matematyki była jednowymiarowa: nauczyciele skupiali się na werbalnym przekazaniu uczniom swojej wiedzy, stosując najczęściej metodę wykładu, pokazując typowe, wzorcowe rozwiązania, które uczniowie potem mają naśladować w kolejnych, podobnych zadaniach. W sytuacjach, w których uczniowie mają trudności z rozwiązaniem zadania, nauczyciele stosują metodę pytań pomocniczych i podpowiedzi, która zmusza uczniów do chodzenia po drodze wyznaczonej przez nauczyciela, nie pozostawiając uczniom wystarczającej przestrzeni do samodzielnego zmierzenia się z problemem.

Zaskakujące jest przy tym to, jak niewiele pod względem metodycznym różniły się od siebie nie tylko lekcje tego samego nauczyciela, ale także lekcje nauczycieli w różnych szkołach, niezależne od położenia badanej szkoły.

Takie metody pracy z uczniami utrudniają realizację wymagań ogólnych podstawy programowej oraz wykształcenie u uczniów umiejętności złożonych. Przyjmowana przez nauczycieli postawa dominująca i metoda podająca przekazywania wiedzy zbyt mocno sterują procesem dojścia do rozwiązań zadań, co skutkuje brakiem samodzielności uczniów w rozwiązywaniu bardziej złożonych zagadnień. Powoduje to także to, że uczniowie często postrzegają zadania rozwiązywane w klasie, z pomocą nauczyciela, jako dużo prostsze od tych na klasówkach i kartkówkach, mimo że często i w klasie, i na klasówkach uczniowie dostają do rozwiązania zadania o zbliżonym poziomie trudności. Badani nauczyciele deklarowali że akceptują różne rozwiązania danego zadania, także inne od zaprezentowanego uczniom. Obserwowane lekcje nie potwierdziły jednak tych deklaracji. Zdarzało się, że nauczyciele mówili uczniom, iż istnieje inne rozwiązanie zadania, nie omawiając jednak z uczniami alternatywnych wariantów. W tym świetle nie dziwi, że aż 42% badanych uczniów uważa, że w matematyce jest tak, że dany problem ma tylko jeden poprawny sposób rozwiązania.

W większości badanych szkół nauczyciele prowadzili lekcje według jednego schematu – sprawdzenie obecności, sprawdzenie zadania domowego, wprowadzenie do tematu, pokazanie przykładowych rozwiązań zadań, rozwiązywanie zadań przy tablicy przez wytypowanych uczniów lub ochotników, podczas gdy reszta uczniów rozwiązuje zadania w zeszytach. Uczniowie mają poczucie, że ich lekcje matematyki niczym się od siebie nie różnią, zmieniają się tylko teksty zadań. Nauczyciele uważają, że rozmawianie na lekcji utrudnia pracę innym uczniom, że „rozgardiasz” na lekcji nie sprzyja przyswajaniu wiedzy matematycznej. Priorytetem nauczycieli jest więc utrzymanie w klasie ciszy i dyscypliny.

Badani nauczyciele matematyki bardzo rzadko wykorzystują pomoce multimedialne (komputery, Internet, rzutniki, tablice interaktywne). Najczęstszym narzędziem pracy nauczyciela jest kreda, tablica, podręcznik lub kserokopie zadań.

## 4.2. Komunikacja na lekcjach matematyki

Komunikacja nauczycieli z uczniami na lekcjach matematyki była na ogół jednokierunkowa: komunikaty przekazywane są od nauczyciela do ucznia. Nauczyciele rzadko reagują na potrzeby, pytania i wątpliwości uczniów. W niewielu badanych szkołach podczas lekcji matematyki panowała swobodna atmosfera, sprzyjająca uczniowskiej aktywności i swobodnym wypowiedziom uczniów, także na temat problemów, na które uczniowie napotykali w czasie lekcji. W większości szkół panowała atmosfera „aktywności kontrolowanej”, tzn. pozornie sprzyjająca aktywności uczniów, ale bacznie monitorowana przez nauczyciela. W rzeczywistości w takiej atmosferze uczniowie nie zadają spontanicznych pytań, nie mówią nauczycielowi, że czegoś nie rozumieją. Wielu badanych uczniów deklaruje, że nie czują się swobodnie na lekcjach matematyki. Przyznają, że boją się zadawać pytania. Z jednej strony obawiają się nerwowej reakcji nauczyciela, z drugiej boją się obnażenia swojej niewiedzy na forum klasy.

Czynnikiem utrudniającym nauczanie może być słabość kompetencji społecznych i komunikacyjnych uczniów. Uczniom trudno jest komunikować się zarówno z obcymi osobami dorosłymi, jak i ze sobą nawzajem. W sytuacji pozalekcyjnej, podczas swobodnej rozmowy, uczniowie często przekrzykują się, przerywają swoje wypowiedzi, nie stosują reguł przyjętych na początku spotkania. Można przypuszczać, że szkolne życie uczniów, pilnowanie ich przez nauczycieli i dyscyplinowanie, wytworzyło w nich przekonanie, że to tylko nauczyciel jest odpowiedzialny za zachowanie uczniów podczas lekcji, że powinien ich pilnować i wyciągać konsekwencje, jeśli uczniowie nie przestrzegają ustalonych reguł.

## 4.3. Realizacja nowej podstawy programowej

Podstawa programowa matematyki w gimnazjum składa się z dwóch głównych części: wymagań ogólnych i wymagań szczegółowych. Wymagania szczegółowe to spis podstawowych matematycznych umiejętności narzędziowych. Opanowanie ich jest konieczne, by uczeń mógł posługiwać się metodami matematycznymi, ale nie jest wystarczające. Wymagania ogólne opisują do czego, w jakich okolicznościach i w jaki sposób uczniowie powinni umieć wykorzystywać te narzędzia.

Podstawa programowa przedmiotu matematyka dla III etapu edukacyjnego ma pięć wymagań ogólnych:

- I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.  
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.  
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- III. Modelowanie matematyczne.  
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- IV. Użycie i tworzenie strategii.  
Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.
- V. Rozumowanie i argumentacja.  
Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

Sposób stawiania problemów na lekcji i rodzaj tych problemów, rodzaje proponowanych zadań zarówno tych rozwiązywanych na lekcji jak i zadawanych do domu wskazują, że nauczyciele zajmują

się niemal wyłącznie prostymi umiejętnościami narzędziowymi opisanymi w wymaganiach szczegółowych, nie znają lub nie rozumieją wymagań ogólnych i nie doceniają ich znaczenia w procesie dydaktycznym.

Zadania, które najczęściej uczniowie rozwiązywali na obserwowanych lekcjach lub mieli rozwiązywać w domu, wymagały od nich posługiwania się poznanymi na lekcjach narzędziami. Niektóre z tych zadań były bardzo proste i wymagały tylko zastosowania wprost poznanych wzorów i schematów.

Niewiele rozwiązywanych zadań wymagało mniej typowych zastosowań poznanych wzorów czy łączenia umiejętności narzędziowych z odczytywaniem informacji przedstawionych na rysunku, diagramie, wykresie.

Co więcej, bardzo rzadko uczniowie mogli na lekcjach zobaczyć kilka sposobów rozwiązania tego samego problemu. W kilku przypadkach, gdy to się zdarzyło na obserwowanych lekcjach, nauczyciel po prostu informował, że zadanie można inaczej rozwiązać albo, nie będąc zadowolonym ze sposobu rozwiązania zadania przez ucznia, pokazywał inny, lepszy jego zdaniem sposób. W sytuacjach, gdy mówił o innych możliwych rozwiązaniach, to tego innego rozwiązania nie przedstawiał dokładnie – co najwyżej skrótowo je opisywał. Tylko na jednej z 80 obserwowanych lekcji analizowano alternatywne rozwiązanie zaproponowane przez ucznia. Oznacza to, że na pozostałych 79 lekcjach uczniowie nie mieli okazji do ćwiczenia umiejętności tworzenia własnej strategii rozwiązania problemu. A ta umiejętność to jedna z pięciu umiejętności opisanych w wymaganiach ogólnych podstawy programowej.

Kształtowanie innej z tych umiejętności – argumentacji i rozumowania – jest blokowane przez to, że nauczyciele nie są skłonni polegać na wymyślonych przez uczniów metodach rozwiązania zadania. W wypadku, gdy uczniowie mają kłopoty z rozwiązaniem problemu, nauczyciele mają tendencję do zadawania im tak szczegółowych pytań pomocniczych i podpowiedzi, że uczeń nie jest odkrywcą rozwiązania – jest jedynie wykonawcą prostych instrukcji prowadzonym drobnymi krokami ku sposobowi rozwiązania forsowanemu przez nauczyciela. To działanie mogące osłabiać motywację uczniów do samodzielnego rozumowania. Takie metody świadczą też o małym zaufaniu nauczycieli do chęci pracy i możliwości intelektualnych uczniów. Część uczniów, podczas wywiadów grupowych, deklaruje, że takie działania nauczyciela są dla nich wygodne – idąc drogą algorytmów i wzorcowych, prezentowanych przez nauczyciela rozwiązań uczniowie są w stanie uzyskać pozytywną ocenę z matematyki, a wysiłek włożony w jej osiągnięcie jest stosunkowo niewielki.

Niektórzy nauczyciele nie wiedzieli, jaki obszar rzeczywistości szkolnej regulowany jest przez podstawę programową. Wielu z badanych na przykład twierdziło, że niekorzystne zmiany w podstawie dla gimnazjum polegają na zmniejszeniu liczby godzin przeznaczonych na matematykę, albo że podstawa nadmiernie koncentruje się na uczniach słabych. Byli też nauczyciele, którzy postulowali, by w podstawie zmienić datę przeprowadzania egzaminu gimnazjalnego z kwietnia na czerwiec.

#### 4.4. Postawy nauczycieli

Nauczyciele potrafili wymienić, jakie są cele nauczania matematyki (wymagania ogólne), ale jak pokazały wyniki badania, mieli trudności z ich realizacją. Zwraca zwłaszcza uwagę zestawienie deklarowanej wiedzy nauczycieli o podstawie programowej z tym, jak wyglądają lekcje matematyki. Nauczyciele deklarowali w wywiadach, że wiedzą, iż podstawa kładzie nacisk na rozumowanie, argumentację i tworzenie strategii rozwiązania zadania. Tymczasem na obserwowanych lekcjach niemal nie widać było śladu świadomego kształtowania tych umiejętności. Nauczyciele wyrażali też przekonanie, że na realizację tych celów brakuje czasu., ze względu na konieczność realizacji wymagań szczegółowych.

Spośród 20 nauczycieli uczestniczących w badaniu, aż 19 deklaroowało, że obserwowane lekcje niczym lub prawie niczym nie różniły się od lekcji codziennych (jeden nauczyciel twierdził, że lekcja różniła się gorszym niż zwykle zachowaniem uczniów). Nie znalazło to potwierdzenia w odczuciach uczniów: 37% uczniów uważało, że obserwowane lekcje różniły się większym niż zwykle zaangażowaniem nauczyciela, a prawie 22% uważało, że były ciekawsze. Świadczyć to może o tym, że pewna część nauczycieli przygotowała lekcje na pokaz – lepsze i ciekawsze niż zwykle, choć powinni sobie zdawać sprawę z tego, że uczniowie dostrzegą tę odmianę.

Nauczyciele deklarowali, że akceptują inne rozwiązania danego zadania, niż sami przedstawili uczniom. Z obserwowanych lekcji wynika jednak, że jest to najczęściej tylko deklaracja. Zdarzało się, iż mówili uczniom, że istnieją inne rozwiązania, jednak rzadko je z uczniami omawiali, a to powoduje u uczniów przekonanie, że zadanie można rozwiązać tylko jednym sposobem.

Większość badanych nauczycieli zadawała uczniom prace domowe, ale często jest to pusty rytuał. Tylko w nielicznych szkołach jest to przyczynek do rozmowy z uczniami na temat trudności związanych z rozwiązaniem zadań domowych: w połowie szkół uczestniczących w badaniu, sprawdzenie pracy domowej polegało na zapytaniu uczniów, czy odrobili pracę domową, a w jednej trzeciej szkół nauczyciel nie pytał w ogóle o zadaną przez siebie pracę domową.

#### 4.5. Poglądy rodziców uczniów na matematykę

Rodzice wysoko oceniali wpływ nauczyciela na stosunek dziecka do nauki danego przedmiotu. W przypadku matematyki rola ta wydaje się im szczególnie – przedmiot ten postrzegany jest jako wymagający rozumienia, a nie uczenia się czy zapamiętywania. Przydatność matematyki w życiu dorosłym jest, zdaniem rodziców, niepodważalna. Motywacja do nauki matematyki jest traktowana przez rodziców tak samo jak motywowanie dzieci do nauki innych przedmiotów – rodzice koncentrują się na zachęcaniu dzieci do rozwoju i zdobywania wiedzy, na drugim miejscu stawiając przedmiot. Badani rodzice podkreślali jednocześnie, że gimnazjaliści są już w wieku, kiedy wpływ rodziców znacząco słabnie na rzecz wpływu grupy rówieśniczej.



## 5. Rekomendacje

### Podstawa programowa

W procesie uczenia nauczyciele w znacznym stopniu opierają się na podręcznikach. Podstawa programowa jest więc odzwierciedlana na tyle, na ile jej idee są obecne w tych podręcznikach. Dość powszechne jest przekonanie, że **zasadnicze przesłanie podstawy programowej zawarte jest w wymaganiach szczegółowych**. Wbrew intencjom autorów podstawy dokument ten jest sprowadzany do spisu wszystkich tematów, które powinny być zrealizowane na lekcjach.

**Zmiany sposobu nauczania matematyki nie można osiągnąć, zmieniając jedynie podstawę programową.** Potrzebne są działania wspierające jej wdrażanie – zwłaszcza odnoszące się do upowszechniania świadomości znaczenia wymagań ogólnych. Przykładem tego typu działań było **przygotowanie nowego egzaminu gimnazjalnego nastawionego na sprawdzanie wymagań ogólnych** poprzedzone w roku 2011 i 2012 przeprowadzeniem egzaminów próbnych.

### Zła tradycja nauczania matematyki

Utrwaliła się i rozpowszechniła **zła tradycja nauczania matematyki**, której główne cechy to:

- styl wykładowy – przekonanie, że celem nauczania jest przekazanie uczniom odpowiednich wiadomości,
- wypełnianie niemal całego czasu lekcji ćwiczeniem podstawowych umiejętności, ćwiczeniami algorytmicznymi, zaniedbywanie ćwiczenia umiejętności wymagających samodzielnego myślenia i pomysłowości,
- organizacja lekcji wykluczająca uczniów z twórczego uczestnictwa,
- przekonanie, że na lekcjach matematyki uczniowie nie mogą ze sobą rozmawiać, mają służyć wyłącznie nauczycielowi i mówić wyłącznie do niego (to uniemożliwia twórczą dyskusję oraz możliwość uczenia się od koleżanek i kolegów z klasy) .

**Zła tradycja nauczania matematyki jest tak silnie zakorzeniona, że aby ją zmienić, nie wystarczy już cykl szkoleń dla nauczycieli. Potrzebny jest starannie przemyślany wieloletni program obejmujący kształcenie nauczycieli, system weryfikacji ich umiejętności (zwłaszcza metodycznych), system propagowania dobrych rozwiązań metodycznych.**

## Odpowiedzialność za nauczanie

Na obserwowanych lekcjach matematyki zasób metod stosowanych przez nauczycieli był dość ubogi. Z deklaracji nauczycieli wynika, że znane są im różnorodne metody indywidualnej i grupowej pracy z uczniami, jednak w praktyce nie stosują ich na lekcjach.

Elementem oceny pracy nauczyciela powinno być także ocenianie repertuaru stosowanych przez niego metod dydaktycznych oraz sposobu wzmacniania aktywności uczniów i wzmacniania ich odpowiedzialności za własne uczenie się. Powinny powstać mechanizmy pozwalające rozwijać wspólną refleksję nauczycieli nad praktyką nauczania, wymianę doświadczeń w celu wzajemnego doskonalenia warsztatu.

## Odpowiedzialność za uczenie się

Na obserwowanych lekcjach matematyki, ale także w wielu innych sytuacjach szkolnych uderzające jest poczucie uczniów, że za ich zachowanie na lekcjach, ich osiągnięcia, a także za ich błędy i porażki odpowiada nauczyciel, a nie oni sami. Ta postawa wzmacniana jest przez samych nauczycieli poprzez sposób prowadzenia lekcji, a także przepisy i dokumenty regulujące pracę szkoły.

Postawy uczniów można zmienić tylko wtedy, gdy zmiany obejmą także wczesne etapy edukacji i rozpoczną się już na etapie przedszkola. Także w tym wypadku potrzebne jest wieloletnie kompleksowe działanie obejmujące nie tylko dydaktykę przedmiotu, ale przede wszystkim obszar wychowania oraz dostosowanie przepisów regulujących pracę szkoły.

## 7. Załącznik nr 1

Test matematyczny (wersja A i B)

ID Ucznia

# MATEMATYKA

zeszyt A



2012

**Instytut Badań Edukacyjnych** instytut badawczy

ul. Górczewska 8, 01-180 Warszawa | tel.: +48 22 241 71 00 | [ibe@ibe.edu.pl](mailto:ibe@ibe.edu.pl) | [www.ibe.edu.pl](http://www.ibe.edu.pl)

NIP 525-000-86-95 | Regon 000178235 | KRS 0000113990 Sąd Rejonowy dla m.st. Warszawy w Warszawie

## Instrukcja dla ucznia

1. Ten zestaw zadań zawiera 21 zadań. Sprawdź, czy jest kompletny. Jeśli zauważysz jakieś nieprawidłowości, zgłoś to osobie prowadzącej badanie.
2. W teście są różne typy zadań. Ich rozwiązania zaznacz na **KARCIE ODPOWIEDZI** w następujący sposób:
  - a. W zadaniach, gdzie podane są cztery odpowiedzi: A, B, C, D wybierz jedną i zamaluj odpowiadający jej kwadracik:  
np.:       A       B       C       D
  - b. W zadaniach, w których trzeba ocenić prawdziwość kilku zdań, zamaluj jeden kwadracik w każdym wierszu:  
np.

I.	<input checked="" type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
II.	<input type="checkbox"/> P	<input checked="" type="checkbox"/> F
III.	<input type="checkbox"/> P	<input checked="" type="checkbox"/> F

3. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwą odpowiedź.
4. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 40 minut.
5. Jeśli skończysz test przed wyznaczonym czasem, zgłoś to osobie prowadzącej badanie. Zrób to tak, aby nie przeszkadzać innym uczniom.

Powodzenia!

Po wykonaniu odejmowania  $1\frac{3}{4} - 2 \cdot 0,75$  otrzymamy liczbę

A.  $1\frac{1}{2}$

B. 1,25

C. 1

D.  $\frac{1}{4}$

**ZADANIE 2**

[M\_195]

Rozwiązaniem równania  $12 - 2x = x + 3$  jest liczba

A. 9

B. 3

C. -3

D. -5

**ZADANIE 3**

[M\_196]

Średnia arytmetyczna liczb: -3, 4, 8 jest równa

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

**ZADANIE 4**

[M\_197]

Na rysunku przedstawiono dwa prostokąty. Pole

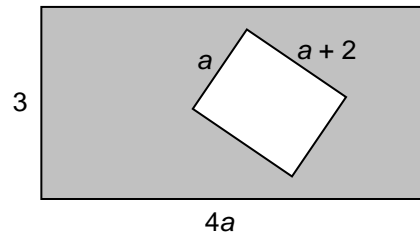
zacięniowanego obszaru jest równe

A.  $12a - a^2 + 2$

B.  $12a - a^2 - 2$

C.  $14a - a^2$

D.  $10a - a^2$



**ZADANIE 5**

[M\_198]

Wiadomo, że  $2a - b = 5$ . Wobec tego  $2b - 4a$  jest równe

A. 10

B. 2

C. -2

D. -10

**ZADANIE 6**

[M\_199]

Liczba  $\frac{2}{5}$  jest od liczby  $\frac{1}{15}$

A. dwa razy większa

B. trzy razy mniejsza

C. większa o  $\frac{1}{3}$

D. mniejsza o  $\frac{1}{10}$

**ZADANIE 7**

[M\_200]

O pewnych czterech liczbach  $a, b, c, d$  wiadomo, że

$$a \cdot b \cdot c = 7 \text{ oraz } a \cdot c \cdot d = 0$$

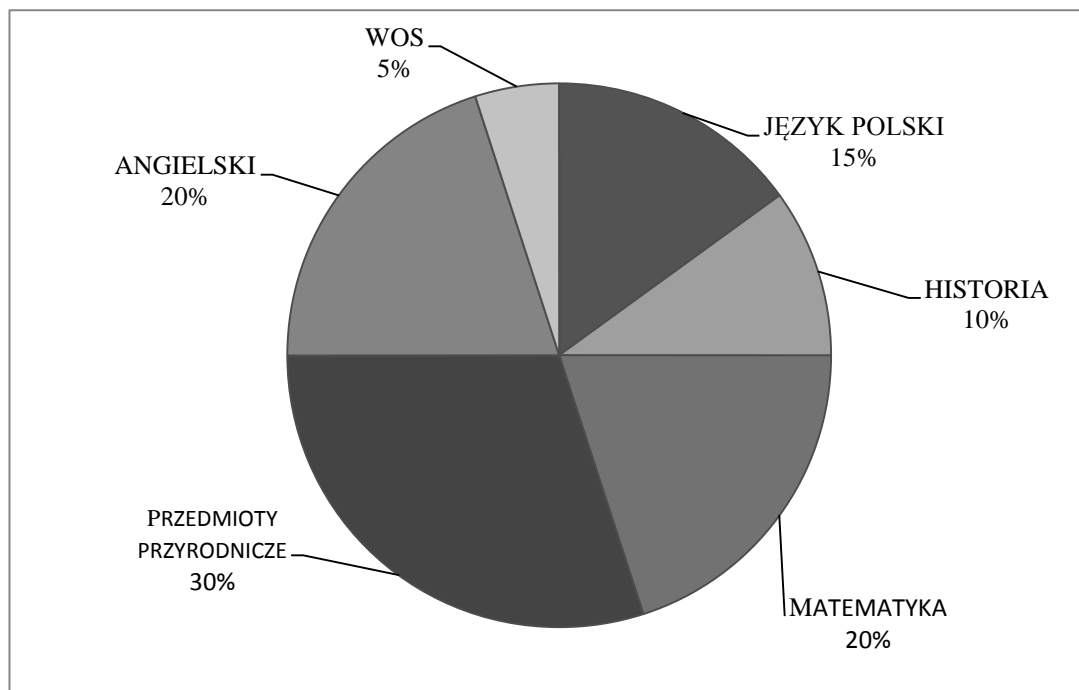
Wynika stąd, że

- A. wszystkie cztery liczby są mniejsze niż 7
- B. wśród liczb  $a, b, c, d$  nie ma liczby ujemnej
- C.  $c = 0$
- D.  $d = 0$

#### ZADANIE 8

[M\_201]

Kamil każdego dnia poświęca 3 godziny na przygotowywanie się do egzaminu gimnazjalnego. Diagram kołowy prezentuje w jaki sposób chłopiec wykorzystuje czas przeznaczony na naukę przedmiotów egzaminacyjnych.



Na podstawie diagramu wybierz zdanie prawdziwe.

- A. Na matematykę i przedmioty przyrodnicze poświęca w sumie dwie godziny dziennie.
- B. Na język polski i historię poświęca w sumie więcej niż godzinę dziennie.
- C. Na powtórki z przedmiotów przyrodniczych poświęca więcej niż 40 minut dziennie.
- D. Każdego dnia przez ponad 20 minut uczy się historii.

**ZADANIE 9**

[M\_202]

Średnia arytmetyczna liczb  $a$ ,  $b$  jest równa 7.  
Ile jest równa średnia arytmetyczna liczb  $a$ ,  $b$ , 10, 16?

- A. 4,5
- B. 7,5
- C. 10
- D. 11

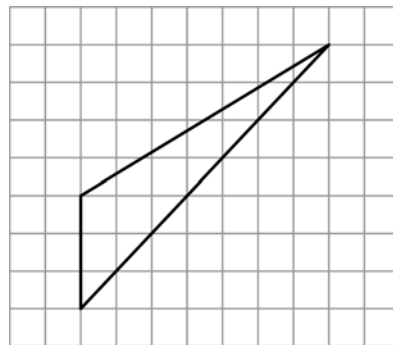
**ZADANIE 10**

[M\_203]

Na siatce kwadratowej narysowano trójkąt. Bok kwadratu siatki jest równy 1.

Pole narysowanego trójkąta jest równe

- A. 21
- B. 15,5
- C. 10,5
- D. 7



**ZADANIE 11**

[M\_204]



Z równości  $\frac{1}{c} = \frac{2}{a+b}$  wynika, że

A.  $a = \frac{c}{2} - b$

B.  $a = \frac{c-b}{2}$

C.  $a = 2c - b$

D.  $a = 2b - c$

**ZADANIE 12**

[M\_205]

Liczba  $k$  jest podzielna przez 15. Zatem przez 15 jest też podzielna liczba

A.  $k + 5$

B.  $k + 10$

C.  $k + 20$

D.  $k + 30$

**ZADANIE 13**

[M\_206]

Jeśli  $5 - 3a = 11$ , to  $2a + 7$  jest równe

A. 3

B. 11

C. -2

D. -11

**ZADANIE 14**

[M\_207]

**Masło zawiera 82% tłuszczu, a reszta jego masy to głównie woda. Ile jest wody w kostce tego masła o masie 200 g?**

- A. prawie 164 g
- B. prawie 80 g
- C. prawie 36 g
- D. prawie 11 g

**ZADANIE 15**

[M\_208]

**Cenę kurtki obniżono o 60%, a cenę marynarki o 70%. Po tych obniżkach kurtka kosztowała tyle samo co marynarka. Wynika stąd, że przed obniżkami**

- A. kurtka była o 25% tańsza od marynarki
- B. kurtka była o 25% droższa od marynarki
- C. kurtka była dwa razy droższa od marynarki
- D. kurtka była dwa razy tańsza od marynarki

**ZADANIE 16**

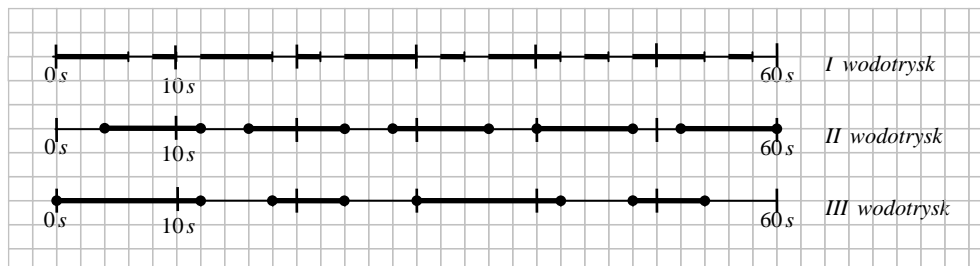
[M\_209]

**Jakie największe pole może mieć trójkąt, w którym jeden bok ma długość 8, a drugi ma długość 5?**

- A. 40
- B. 24
- C. 20
- D. 12

**Informacja do zadań 17 - 20**

W parku zbudowano fontannę, w której zainstalowano trzy wodotryski sterowane programem włączającym i wyłączającym dopływ wody. Na rysunku przedstawiono schemat działania wodotrysków w ciągu minuty – pogrubiowane linie przedstawiają odcinki czasu, w których dopływ wody jest włączony. Po upływie minuty cykl powtarza się.



**Zadanie 17**

[M\_164]

Przez ile sekund w ciągu minuty włączony jest dopływ wody w trzecim wodotrysku?

- A. 36
- B. 24
- C. 1
- D. 4

**Zadanie 18**

[M\_166]

Przez ile sekund w ciągu minuty woda wypływa jednocześnie ze wszystkich trzech wodotrysków?

- A. 12
- B. 10
- C. 8
- D. 6

**Zadanie 19**

[M\_167]

**Przez ile sekund w ciągu minuty woda płynie tylko z jednego wodotrysku, a z pozostałych dwóch nie płynie?**

- A. 0
- B. 8
- C. 16
- D. 24

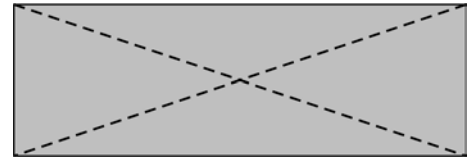
**Zadanie 20**

**[M\_168]**

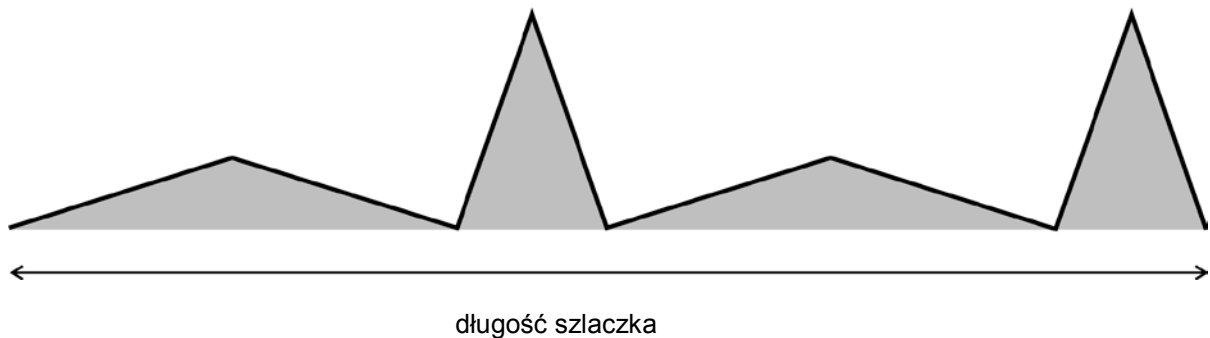
**Z ilu wodotrysków wypływa woda w 65 sekundzie od uruchomienia fontanny?**

- A. z żadnego
- B. z jednego
- C. z dwóch
- D. z trzech

Prostokąt przedstawiony na rysunku obok rozcięto wzdłuż przekątnych na cztery trójkąty. Z tych trójkątów ułożono taki szlaczek, jak na rysunku poniżej.



Oceń prawdziwość zdań zapisanych w tabeli.



I.	Długość szlaczka jest równa obwodowi prostokąta.	PRAWDA/ FAŁSZ
II.	Długość pogrubionej linii wzdłuż górnej krawędzi szlaczka jest równa sumie długości przekątnych prostokąta.	PRAWDA/ FAŁSZ
III.	Pole szlaczka jest dwa razy większe od pola prostokąta.	PRAWDA/ FAŁSZ

## 8. Załącznik nr 2

# MATEMATYKA

zeszyt B



2012

**Instytut Badań Edukacyjnych** instytut badawczy

ul. Górczewska 8, 01-180 Warszawa | tel.: +48 22 241 71 00 | [ibe@ibe.edu.pl](mailto:ibe@ibe.edu.pl) | [www.ibe.edu.pl](http://www.ibe.edu.pl)

NIP 525-000-86-95 | Regon 000178235 | KRS 0000113990 Sąd Rejonowy dla m.st. Warszawy w Warszawie

## Instrukcja dla ucznia

1. Ten zestaw zadań zawiera 21 zadań. Sprawdź, czy jest kompletny. Jeśli zauważysz jakieś nieprawidłowości, zgłoś to osobie prowadzącej badanie.
2. W teście są różne typy zadań. Ich rozwiązania zaznacz na **KARCIE ODPOWIEDZI** w następujący sposób:
  - a. W zadaniach, gdzie podane są cztery odpowiedzi: A, B, C, D wybierz jedną i zamaluj odpowiadający jej kwadracik:  
np.:       A       B       C       D
  - b. W zadaniach, w których trzeba ocenić prawdziwość kilku zdań, zamaluj jeden kwadracik w każdym wierszu:  
np.

I.	<input checked="" type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
II.	<input type="checkbox"/> P	<input checked="" type="checkbox"/> F
III.	<input type="checkbox"/> P	<input checked="" type="checkbox"/> F

3. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwą odpowiedź.
4. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 40 minut.
5. Jeśli skończysz test przed wyznaczonym czasem, zgłoś to osobie prowadzącej badanie. Zrób to tak, aby nie przeszkadzać innym uczniom.

Powodzenia!

**ZADANIE 1****[M\_194\_1]**

Po wykonaniu odejmowania  $1,75 - \frac{3}{4} \cdot 2$  otrzymamy liczbę

- A.  $\frac{1}{4}$
- B. 1
- C. 1,25
- D.  $1\frac{1}{2}$

**ZADANIE 2****[M\_195\_1]**

Rozwiązaniem równania  $11 - 2x = x + 2$  jest liczba

- A. -9
- B. 9
- C. 3
- D. -3

**ZADANIE 3****[M\_196\_1]**

Średnia arytmetyczna liczb: -5, 8, 9 jest równa

- A. 8
- B. 6
- C. 4
- D. 2



**ZADANIE 4****[M\_198\_1]**

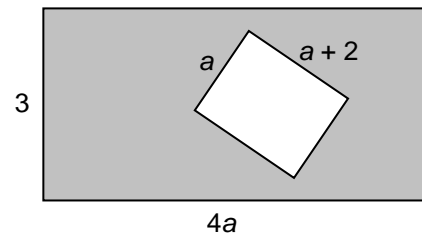
Wiadomo, że  $2c - d = 4$ . Wobec tego  $3d - 6c$  jest równe

- A.  $-12$
- B.  $-3$
- C.  $3$
- D.  $12$

**ZADANIE 5****[M\_197\_1]**

Na rysunku przedstawiono dwa prostokąty. Pole zacieniowanego obszaru jest równe

- A.  $12a - a^2 + 2$
- B.  $14a - a^2$
- C.  $12a - a^2 - 2$
- D.  $10a - a^2$

**ZADANIE 6****[M\_177]**

Pięć zeszytów kosztuje  $p$  złotych. Za siedem takich zeszytów należy zapłacić

- A.  $7p$
- B.  $\frac{5}{7}p$
- C.  $\frac{7}{5}p$
- D.  $35p$

Liczba  $\frac{2}{5}$  jest od liczby  $\frac{1}{15}$

- A. sześć razy większa
- B. trzy razy mniejsza
- C. większa o  $\frac{1}{2}$
- D. mniejsza o  $\frac{1}{10}$

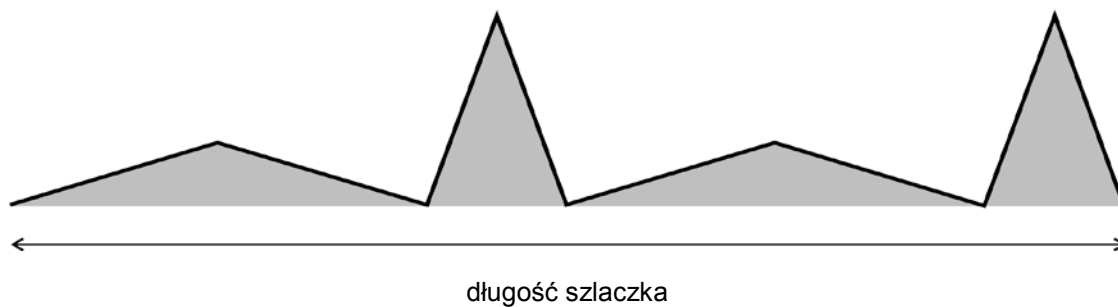
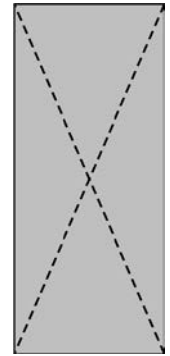
O pewnych czterech liczbach  $a, b, c, d$  wiadomo, że

$$a \cdot b \cdot d = 9 \quad \text{oraz} \quad a \cdot b \cdot c = 0$$

Wynika stąd, że

- A. wszystkie cztery liczby są mniejsze niż 9
- B. wśród liczb  $a, b, c, d$  nie ma liczby ujemnej
- C.  $c = 0$
- D.  $d = 0$

Prostokąt przedstawiony na rysunku obok rozcięto wzdłuż przekątnych na cztery trójkąty. Z tych trójkątów ułożono taki szlaczek, jak na rysunku poniżej.



I.	Długość pogrubionej linii wzdłuż górnej krawędzi szlaczka jest równa sumie długości przekątnych prostokąta.	PRAWDA/ FAŁSZ
II.	Długość szlaczka jest równa obwodowi prostokąta.	PRAWDA/ FAŁSZ
III.	Pole szlaczka jest dwa razy większe od pola prostokąta.	PRAWDA/ FAŁSZ

**ZADANIE 10**

[M\_202\_1]

Średnia arytmetyczna liczb  $a$ ,  $b$  jest równa 5.  
Średnia arytmetyczna liczb  $a$ ,  $b$ , 10, 16 jest równa

- A. 5
- B. 9
- C. 10
- D. 12

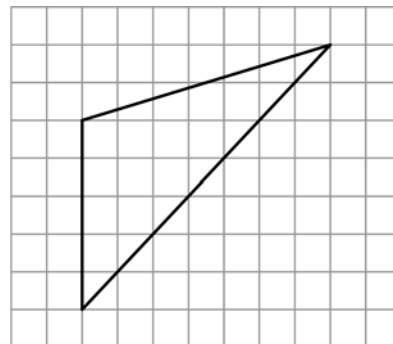
**ZADANIE 11**

[M\_203\_1]

Na siatce kwadratowej narysowano trójkąt. Bok kwadratu siatki jest równy 1.

Pole narysowanego trójkąta jest równe

- A. 7
- B. 12,5
- C. 17,5
- D. 35

**ZADANIE 12**

[M\_204\_1]

Z równości  $\frac{1}{c} = \frac{2}{a+b}$  wynika, że

- A.  $a = \frac{c-b}{2}$
- B.  $a = \frac{c}{2} - b$
- C.  $a = 2b - c$
- D.  $a = 2c - b$

**ZADANIE 13****[M\_205\_1]**

Liczba  $k$  jest podzielna przez 15. Zatem przez 15 jest też podzielna liczba

- A.  $k + 30$
- B.  $k + 20$
- C.  $k + 10$
- D.  $k + 5$

**ZADANIE 14****[M\_206\_1]**

Jeśli  $4 - 2a = 12$ , to  $2a + 7$  jest równe

- A. 15
- B. 11
- C. -3
- D. -1

**ZADANIE 15****[M\_207\_1]**

Masło zawiera 82% tłuszczu, a reszta jego masy to głównie woda. Ile jest wody w kostce tego masła o masie 200 g?

- A. ok. 11 g
- B. ok. 36 g
- C. ok. 80 g
- D. ok. 164 g

Cenę kurtki obniżono o 60%, a cenę marynarki o 70%. Po tych obniżkach kurtka kosztowała tyle samo co marynarka. Wynika stąd, że przed obniżkami

- A. kurtka była dwa razy droższa od marynarki
- B. kurtka była dwa razy tańsza od marynarki
- C. kurtka była o 25% tańsza od marynarki
- D. kurtka była o 25% droższa od marynarki

Jakie największe pole może mieć trójkąt, w którym jeden bok ma długość 8, a drugi bok ma długość 5?

- A. 40
- B. 24
- C. 20
- D. 12

**Informacja do zadań 18 - 20**

W regulaminie pewnej firmy kurierskiej przewożącej paczki zapisano następujące zasady.

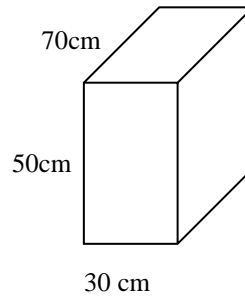
1. Rozmiar prostopadłościennej paczki to suma długości boku o największej długości i obwodu prostopadłej do niego ściany (obie sumowane wielkości podane w centymetrach).
2. Rozmiar paczki nie może być większy niż 330 cm, a najdłuższy bok nie może przekraczać 175 cm.

**Zadanie 18**

[M\_190\_s]

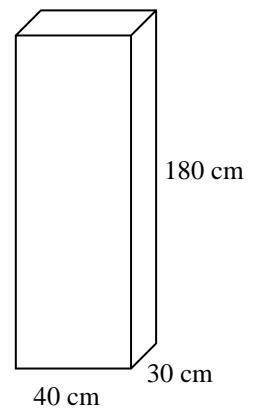
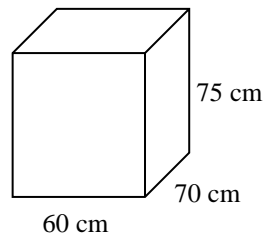
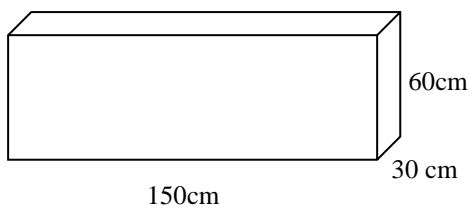
Jaki jest, w myśl powyżej opisanych zasad, rozmiar paczki, której wymiary podano na rysunku?

- A. 150 cm
- B. 230 cm
- C. 250 cm
- D. 330 cm

**Zadanie 19**

[M\_191\_s]

Ile z przedstawionych na rysunkach paczek spełnia wymagania opisane w regulaminie firmy kurierskiej?



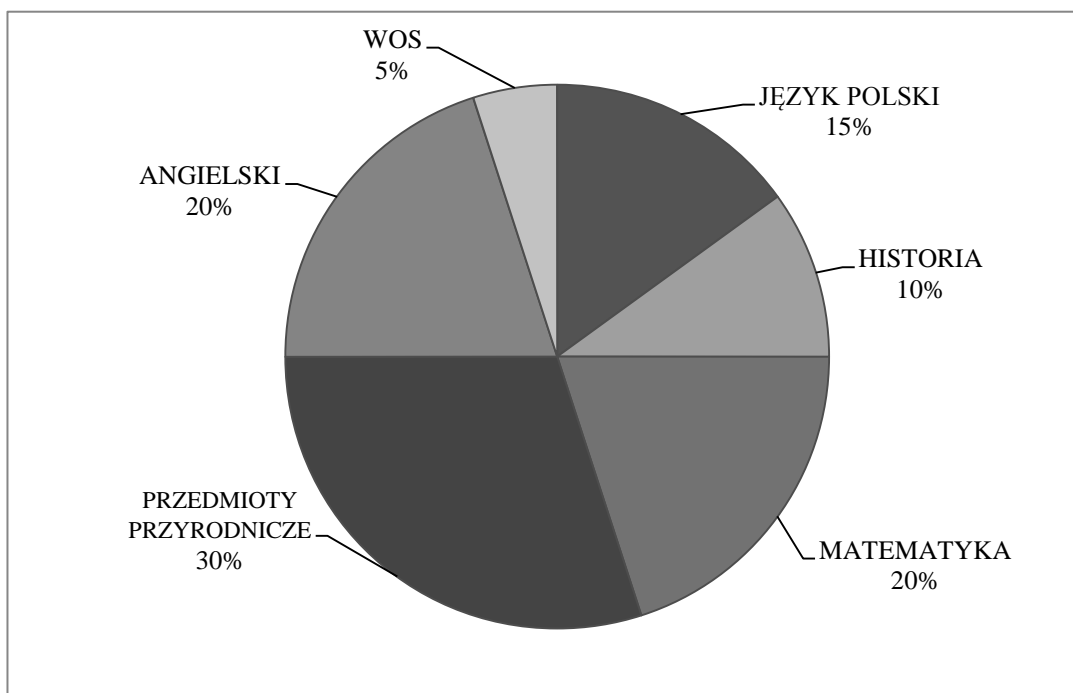
- A. jedna
- B. dwie
- C. wszystkie
- D. żadna

Które z podanych czterech prostopadłościennych opakowań należy wybrać, jeśli chcemy, by paczka spełniała warunki regulaminu tej firmy kurierskiej oraz by opakowanie to miało jak największą pojemność?

- A. Opakowanie o wymiarach 80 cm x 60 cm x 70 cm
- B. Opakowanie o wymiarach 60 cm x 200 cm x 10 cm
- C. Opakowanie o wymiarach 60 cm x 60 cm x 90 m
- D. Opakowanie o wymiarach 60 cm x 50 cm x 110 cm

## ZADANIE 21

Ola każdego dnia poświęca 2 godziny na przygotowywanie się do egzaminu gimnazjalnego. Diagram kołowy prezentuje w jaki sposób wykorzystuje ona czas przeznaczony na naukę przedmiotów egzaminacyjnych.



Na podstawie diagramu wybierz zdanie prawdziwe.



- A. Na matematykę i przedmioty przyrodnicze poświęca w sumie więcej niż godzinę dziennie.
- B. Na język polski i historię poświęca w sumie godzinę dziennie.
- C. Na powtórki z przedmiotów przyrodniczych poświęca więcej niż 30 minut dziennie.
- D. Każdego dnia przez mniej niż 20 minut uczy się języka angielskiego.

## 9. Załącznik nr 3

### Opis zadań testowych i wiązek zadań

Tabela 1. Opis wiązek zadań występujących w wersji A i B (w nawiasach numer, który miało zadanie w zestawie)

Wiązki zadań	Liczby	Procenty	Algebra	Geometria	Fontanny
Wersja A	M_196 (3) M_194 (1) M_199 (6) M_202 (9) M_205 (12) M_200 (7) M_196 (3) M_202 (9)	M_201 (8) M_207 (14) M_208 (15)	M_195 (2) M_206 (13) M_197 (4) M_204 (11) M_198 (5)	M_203 (10) M_169 (21) M_209 (16)	M_164 (17) M_166 (18) M_167 (19) M_168 (20)
Wersja B	M_196_1 (3) M_194_1 (1) M_199_1 (7) M_202_1 (10) M_205_1 (13) M_200_1 (8)	M_201_1 (21) M_207_1(15) M_208_1(16)	M_177 (6) M_195_1(2) M_206_1(14) M_197_1(5) M_204_1(12) M_198_1(4)	M_203_1(11) M_169_1(9) M_209(17)	M_190_s(18) M_191_s(19) M_193_s(20)

Tabela 2. Rodzaje zadań użytych do analizowania wyników w poszczególnych wiązkach zadań.

Wiązka	Zadanie typowe	Zadanie na rozumienie	Zadanie nietypowe
Liczby	M_194 M_194-1	M_199 M_199_1	M_200 M_200_1
Liczby – średnia arytmetyczna	M_196 M_196_1	–	M_202 M_202_1
Procenty	M_201 M_201_1	M_207 M_207_1	M_208 M_208_1
Algebra	M_195 M_195_1	M_198 M_198_1	M_206 M_206_1
Geometria	M_203 M_203_1	M_209 M_209_1	M_169 M_169_1